

## Übungen über die Weihnachtsferien

1. Skizzieren Sie Stabdiagramm und Verteilungsfunktion zur  $(5, \frac{1}{4})$  – Binomialverteilung.
2. Betrachten Sie folgende Einkommensverteilung:

|                          |         |         |       |       |       |
|--------------------------|---------|---------|-------|-------|-------|
| Einkommen in Tausend EUR | 1 – 1.5 | 1.5 – 2 | 2 – 3 | 3 – 4 | 4 – 5 |
| relative Häufigkeit      | 0.1     | 0.2     | 0.5   | 0.15  | 0.05  |

- (a) Zeichnen Sie ein Histogramm zu diesen Daten und die Verteilungsfunktion zum Histogramm.
  - (b) Berechnen Sie näherungsweise  $\mu$  und  $\sigma$ .
  - (c) Geben Sie den Median (zum Histogramm!).
  - (d) Welcher Anteil liegt hier im Bereich  $\mu \pm 2\sigma$  (mit den berechneten Näherungen aus b.)?
3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, bei 200 Münzwürfen höchstens 85 mal 'Kopf' zu bekommen.
  4. Angesichts folgender Daten - denken Sie an ein Hochschulsystem mit Zulassung durch die Fachbereiche -

|                | angenommene Bewerber |          | abgelehnte Bewerber |          |
|----------------|----------------------|----------|---------------------|----------|
|                | weiblich             | männlich | weiblich            | männlich |
| Fachgruppe I   | 1400                 | 13000    | 1500                | 14000    |
| Fachgruppe II  | 3000                 | 200      | 30000               | 3000     |
| Fachgruppe III | 200                  | 20000    | 10                  | 200      |

kommt jemand zur Interpretation, hier seien die Frauen benachteiligt worden. Wie argumentieren Sie zur Sache - was muss man zur Beurteilung wesentlich berücksichtigen?)? (Sie sollten schon ein wenig das Wesentliche mittels bedingter relativer Häufigkeiten erklären. Insbesondere sollten Sie folgende beiden Fragen (begründet!) beantworten: 1. Sind die Merkmale 'Geschlecht' und 'Bewerbungserfolg' in der Population der hier erfassten Bewerber unabhängig? 2. Sind die Merkmale 'Fachgruppe' und 'Bewerbungserfolg' unabhängig?)

5. In einer Population mögen 30% Blutgruppe A haben. Eine gewisse Krankheit komme bei Leuten mit Blutgruppe A mit relativer Häufigkeit 0.1 vor, bei den Leuten mit anderen Blutgruppen nur mit relativer Häufigkeit 0.01. Was ist die relative Häufigkeit der Krankheit in der gesamten Population? Zweite Frage: Sie wählen zufällig einen der Kranken aus: Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er Blutgruppe A?
6. Sie ziehen aus einer Urne mit 10 Kugeln, von denen sechs rot sind, zwei Kugeln nacheinander heraus, *ohne Zurücklegen*. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die zweite Kugel rot? Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhalten Sie zuerst eine rote, dann eine nicht rote Kugel? Wie sehen die Antworten auf dieselben Fragen beim Ziehen mit Zurücklegen aus?
7. In einer Population komme eine Krankheit mit höchstens der relativen Häufigkeit 0.1 vor. Welchen Stichprobenumfang benötigen Sie, um diese relative Häufigkeit empirisch mit 95% Sicherheit auf 0.005 genau zu bestimmen?
8. Sie wollen anhand einer Stichprobe die Differenz zweier Mittelwerte  $\mu(X_A)$  und  $\mu(X_B)$  (die Variablen seien in getrennten Populationen  $A \cap B = \emptyset$ , also unabhängig) empirisch mittels Stichproben je gleichen Umfanges  $n$  auf

- 1 genau schätzen, mit mindestens 99% Sicherheit. Sie können absehen, dass  $\sigma(X_A) \leq 30$  und  $\sigma(X_B) \leq 30$  gilt. Wie groß sollte  $n$  gewählt werden?
9. Geben Sie anhand einer Stichprobe vom Umfang 101, in der Sie eine mittlere effektive tägliche Arbeitszeit von 6 Stunden mit einer Streuungsschätzung  $s(X) = 1$  Stunde beobachtet haben, ein 95%-Vertrauensintervall für die mittlere effektive tägliche Arbeitszeit der Population, aus der die Stichprobe stammt. (Zusatzfrage: Sprechen Sie genau aus, was  $X$  ist, d.h. sinngemäß zu sein hat.)
  10. Sie wollen das mittlere Einkommen in einer Population schätzen anhand einer Stichprobe. Jedoch wissen Sie, dass es in der fraglichen Population 10% 'Arme' gibt, die alle nicht bei Ihrer Umfrage mitmachen und deren Einkommensmittel Sie auf 1200 DM pro Monat schätzen können. Wie können Sie dann Ihr Umfrageergebnis ( $\bar{x}$  und Vertrauensintervall für  $\mu(X)$ , mit  $X =$  Einkommen in DM pro Monat in der fraglichen Population) korrigieren?
  11. Stellen Sie sich vor, dass Kinder bei einer Umfrage, wie viel Sie täglich im Mittel fernsehen, systematisch etwa um 50% übertreiben. Wie sollten Sie in diesem Fall Ihr berechnetes Vertrauensintervall  $[a; b]$  zu einer gewissen Sicherheit korrigieren?
  12. Welches 99%-Vertrauensintervall können Sie für die Variable  $\bar{X} - \bar{Y}$  für unabhängige  $X, Y$  angeben, wenn Sie wissen:  $\mu(X) = 100$ ,  $\mu(Y) = 200$ ,  $\sigma(X) = 20$ ,  $\sigma(Y) = 30$ , und die Stichprobenumfänge betragen: Zu  $\bar{X}$ : 100, zu  $\bar{Y}$ : 20.
  13. Nach einer Umschulungsmaßnahme beobachten Sie in einer Stichprobe von Umschülern folgende Einkommenssteigerungen: 300, 500, 1000, 400, 350, 1200, 600 DM. Mit welcher Sicherheit können Sie behaupten, dass die Maßnahme im Mittel wenigstens eine Einkommenssteigerung von 300 DM bringt?
  14. Sie beobachten in einer Stichprobe vom Umfang 100 aus Berufsgruppe A ein mittleres Einkommen von 5000 DM, mit einem Streuungsschätzwert von 500 DM, in einer Stichprobe aus der getrennten Berufsgruppe B vom Umfang 120 ein mittleres Einkommen von 7000 DM mit Streuungsschätzwert 800 DM. Um wieviel ist der Einkommensmittelwert in B mit 95% Sicherheit höher als in A? (Formulieren Sie Ihr Resultat auch in der Form, eine Hypothese könne auf einem gewissen Niveau verworfen werden!)