

Übungen (4)

1. Zeichnen Sie grob den Graphen der Verteilungsfunktion für eine U-förmige Dichte.
2. Nehmen Sie an, die Einkommensverteilung in einer Gesellschaft sei (näherungsweise) eine Normalverteilung mit 2000 Euro als Mittelwert und Streuung 400 Euro.
 - (a) Welcher Anteil der Population liegt zwischen 1600 und 2400 Euro?
 - (b) Welcher Anteil der Population liegt zwischen 1200 und 2800 Euro? (Geben Sie ein gröberes Resultat aus dem Kopf, dazu auch ein feineres gerechnetes.)
 - (c) Welcher Anteil liegt über 2800 Euro? (Wieder: Gröber und feiner)
 - (d) Welcher Anteil liegt über 3200 Euro?
 - (e) Wie lautet das zweiseitige 90%–Vertrauensintervall (symmetrisch um den Mittelwert)?
Wie lautet das einseitige linksseitige 90%–Vertrauensintervall?
3. Ein Student möchte den Anteil der Population mit X –Wert ≤ 90 angeben für eine Variable X , die normalverteilt ist mit $\mu(X) = 100$, $\sigma(X) = 15$. Er schreibt dazu Folgendes: „ $\Phi = \frac{90-100}{15} = 0.25$ “.
 - (a) Erklären Sie sich, wie das zustande kam.
 - (b) Warum ist die angegebene Formulierung völlig blödsinnig? (Sagen Sie genau, *was alles* daran Quatsch ist, und zwar direkt komplett falsch.)
 - (c) Geben Sie eine korrekte Formulierung an (die übrigens nicht länger sein muss!).
4. Erinnerung: Mit $\Phi_{\mu,\sigma}$ wird die Verteilungsfunktion der (μ, σ) –Normalverteilung bezeichnet. Sei $a > 0$. Welche anschauliche Bedeutung hat die Aussage $\Phi_{0,\sigma}(a) - \Phi_{0,\sigma}(-a) = 1 - 2\Phi_{0,\sigma}(-a)$? Ist das also eine korrekte Formel, die für jeden Wert $a > 0$ und auch bei beliebigem Wert von σ gilt? Wie lautet die korrekte Formel, welche den analogen Sachverhalt für eine Normalverteilung mit beliebigem Mittelwert μ ausdrückt?
5. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, bei zweimaligem Würfeln (mit einem gewöhnlichen Würfel) eine Augensumme kleiner als 5 zu bekommen. Geben Sie auch die Wahrscheinlichkeit dafür an, zuerst eine Augenzahl kleiner als drei und dann eine gerade Augenzahl zu würfeln. (Rechnen Sie letztere auf zwei Weisen aus, einmal mit Auszählen und einmal mit Formelnutzung.)
6. Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt man 12 mal hintereinander keine einzige Sechs?

Übungen (5)

1. Wie viele 3-köpfige Geschäftsführungen kann man aus einem Verein mit 200 Mitgliedern auswählen?
2. Wie wahrscheinlich ist es, bei 12 Würfeln mit einem gewöhnlichen Würfel genau 2 Sechsen zu bekommen? Wie wahrscheinlich ist es, dabei mindestens 2 Sechsen zu bekommen?
3. Rechnen Sie mittels der passenden Normalverteilung näherungsweise aus, wie wahrscheinlich es ist, bei 200 Würfeln mit einem Würfel wenigstens 34 Sechsen zu bekommen.
4. Sie wollen experimentell nachprüfen, ob eine Gruppe A von Menschen eine gewisse Fähigkeit in höherem Grade hat als Gruppe B . Dazu lassen Sie 20 mal jeweils einen Teilnehmer aus A gegen einen aus B zu einem entsprechenden Test antreten. Sie stellen fest: 15 mal gewann das A - Mitglied. Mit welcher Sicherheit können Sie sagen, dass die Fähigkeit in Gruppe A stärker ist?
5. Geben Sie zu einer Normalverteilung mit Mittelwert 1000 und Streuung 500:
 - (a) Das zweiseitige 95%-Vertrauensintervall,
 - (b) das zweiseitige 99%-Vertrauensintervall,
 - (c) das rechtsseitige 99%-Vertrauensintervall
6. Wenn die Variable 'Einkommen in Euro' eine Streuung von 500 Euro hat: Welche Streuung hat dann die Variable 'Einkommensmittelwert in Euro' in der Population aller Stichproben vom Umfang 100? Wie breit ist also deren zweiseitiges 95%-Vertrauensintervall?

Übungen (6)

1. Experiment: Zwei mal wird gewürfelt. Ereignis A : 'Die erste Augenzahl ist höchstens 2', Ereignis B : 'Die zweite Augenzahl ist mindestens 4'. Ereignis C : 'Die Augensumme ist höchstens 4'. Bestimmen Sie jeweils a.-c. durch Auszählen *und alternativ* durch Formelnutzung:
 - (a) $P(\overline{A})$
 - (b) $P(A \cap B)$
 - (c) $P(A \cup B)$
 - (d) $P(C|A)$, $P(C|\overline{A})$, $P(C \cap A)$, $P(C) \cdot P(A)$. (Direkte Bestimmung der bedingten Wahrscheinlichkeiten! Was können Sie nach den Resultaten über die Beziehung der Ereignisse A, C sagen?)
2. Geben Sie aus dem sozialen Erfahrungsbereich wenigstens 2 Beispiele für Variablenpaare, die sicherlich im statistischen Sinne abhängig sind.
3. Jemand bekommt drei Aufgaben nacheinander gestellt. Die erste löst er mit Wahrscheinlichkeit 0.7. Wenn er die erste gelöst hat, so hat er für die zweite eine Lösungswahrscheinlichkeit von 0.8. Wenn er die erste nicht gelöst hat, so hat er bei der zweiten eine Lösungswahrscheinlichkeit von nur 0.6. Ebenso verhalte es sich bei der dritten Aufgabe, also Lösungswahrscheinlichkeit 0.8, wenn die zweite gelöst wurde, Lösungswahrscheinlichkeit 0.6, wenn die zweite nicht gelöst wurde. Mit welcher Wahrscheinlichkeit löst die Person wenigstens zwei der drei Aufgaben? Mit welcher Wahrscheinlichkeit löst sie keine der Aufgaben?
4. Die Variable X = tägliche Fernsehdauer (jeder einzelnen Person zugeordnet) streue mit höchstens 1 Stunde. Welcher Stichprobenumfang würde dann genügen, um $\mu(X)$ mit 95% Sicherheit auf 10 Minuten genau zu schätzen?
5. Dieselbe Variable X wie in der vorigen Aufgabe, mit derselben Obergrenze für die Streuung: Sie haben in einer Stichprobe vom Umfang 200 eine mittlere tägliche Fernsehdauer von 2 Stunden gefunden: Können Sie damit die Hypothese ' $\mu(X) \leq 1.8$ Stunden' auf 1%-Niveau (oder einem besseren) verwerfen?