Übungen (1)

1. (a) Wenn alle Einzelwerte einer Variablen zwischen den Zahlen a und b liegen: Was können Sie für den Mittelwert dieser Größe folgern?
   (b) Wenn alle Einzelwerte einer Größe X gleich q sind: Welchen Wert hat dann $\mu(X)$?
   (c) Stellen Sie sich vor: Ein Viertel einer Population hat 20 Tage Urlaub im Jahr, der Rest hat 30 Tage Urlaub im Jahr. Welches Mittel an Urlaubstagen pro Jahr resultiert daraus für die gesamte Bevölkerung? Überlegen Sie, welchen Vorteil bei Aufgaben wie dieser das Rechnen mit relativen Häufigkeiten anstelle von prozentualen Häufigkeiten bietet.
   (d) Können Sie die Beobachtung aus b. verallgemeinern? (Also: Unter welcher allgemeineren Voraussetzung können Sie analog den Populationsmittelwert ermitteln?)
2. Betrachten Sie die „Variable" X = Geschwisterzahl *in ihrer Übungsgruppe* (d.h. diese Gruppe stellt definitionsgemäß die *Gesamtpopulation* (oder auch kürzer „Population") dar). Erheben Sie alle einzelnen Werte $x_1, ..., x_n$ für diesen Fall (was bedeutet n in diesem Falle?), und führen Sie nun folgende Arbeitsgänge durch:
   (a) Fertigen Sie eine geeignete Tabelle zur Verteilung von X an.
   (b) Zeichnen Sie ein Stabdiagramm der Verteilung von X.
   (c) Berechnen Sie $\mu(X)$ auf zwei Weisen: Einmal als arithmetisches Mittel der Einzelwerte, einmal als mit den relativen Häufigkeiten gewichtetes Mittel.
   (d) Sei Y die Größe, welche jedem Übungsgruppenmitglied die Anzahl der Kinder seiner/ihrer Eltern zuordnet. Können Sie sofort aufgrund des Resultates zu c. $\mu(Y)$ angeben?
   (e) Vergleichen Sie die für Ihre Übungsgruppe ermittelte Verteilung damit, wie sie sich die Verteilung der Größe „Geschwisterzahl" in der gegenwärtigen Gesamtbevölkerung der BRD und im wilhelminischen Deutschland vorstellen.
3. Machen Sie sich folgende kleinen Dinge klar - und fragen Sie unbedingt nach, wenn Sie etwas davon nicht verstehen! (Es geht hier übrigens um die völlige Überflüssigkeit von einem solchen Quatsch wie 'Dreisatz'.)
   (a) Wie können Sie berechnen, was z.B. vier Fünftel von 230 sind? Wie rechnen Sie also allgemein von einer Quantität q den Anteil a aus (mit einer Zahl a zwischen 0 und 1)? Schreiben Sie das Resultat als allgemeinen Rechenausdruck in a und q.
   (b) Wie können Sie berechnen, was 70 Prozent von 230 sind? Wie rechnen Sie also allgemein von einer Quantität q den prozentualen Anteil p aus (mit einer Zahl p zwischen 0 und 100)? (Führen Sie das auf die Behandlung von a. zurück!)
   (c) Sie wissen: Der Anteil a_1 von einer Quantität q ist w. Was ist dann der Anteil a_2 von q?

Übungen (2)

1. Nehmen Sie erneut die Geschwisterzahlverteilung in Ihrer Übungsgruppe vor. Fertigen Sie eine geeignete Wertetabelle der Verteilungsfunktion an, und skizzieren Sie den Graphen der Verteilungsfunktion. (Hinweis: Nehmen Sie für beides zur Anleitung das Semesterzahlbeispiel aus dem Skriptum!) Berechnen Sie auch die Streuung. (Auch das finden Sie im Skriptum zum angeführten Beispiel.)
2. Lösen Sie folgende Gleichungen (Unbestimmte ist jeweils t), und begründen Sie verbal Ihre einzelnen Schritte:
   (a) $2 + t\frac{1}{\sqrt{200}} = 3$.
   (b) $c + t\frac{10}{\sqrt{n}} = 5$. Für welche Werte von c wird die Lösung t negativ?
3. Besinnen Sie sich darauf, dass man, um eine Gerade der Form $y = mx + b$ zu zeichnen, nur ein Steigungsdreieck am Punkt $(0, b)$ anzusetzen hat: Ist etwa $m = 2/3$, so steigt man 2 in y, wenn man mit x um 3 weitergeht. Bei $m = -2/3$ geht man entsprechend 2 in y herunter, wenn man mit x um 3 weitergeht.
   (a) Zeichnen Sie die Gerade $y = 3x - 2$.
   (b) Zeichnen Sie die Gerade $y = -\frac{4}{5}x + 1$.
   (c) In welchem Punkt schneidet die Gerade $y = -\frac{4}{5}x + 1$ die $x-$ Achse?
4. Zeichnen Sie zu folgenden gruppierten Daten (zur Geschwindigkeitsverteilung an einer Autobahnstelle) ein Histogramm:

Geschwindigkeit (km pro Std.)	$80-90$	$90-100$	$100-120$	$120-150$	$150-200$
relative Häufigkeit	0.05	0.1	0.4	0.3	0.15

   Geben Sie eine Tabelle der relevanten Werte für die Verteilungsfunktion, und skizzieren Sie den Graphen der Verteilunsfunktion. Berechnen Sie *näherungsweise* μ und σ. Welcher Anteil liegt hier im Bereich $\mu \pm 2\sigma$ (mit den Näherungswerten für die Parameter)? (Verfolgen Sie auch hier gegebenenfalls die Anleitungen im Skriptum.) Noch eine Bemerkung zur Klasseneinteilung: Man kann bei einer näherungsweise stetig verteilten Variablen - um eine solche handelt es sich hier, es gibt ja nicht etwa nur ganzzahlige Geschwindigkeitswerte, sondern beliebige Zwischenwerte - getrost den Fall vergessen, dass ein Wert etwa punktgenau auf der Intervallgrenze liegen könnte - das ist so gut wie ausgeschlossen, und wir wollen das hier ausschließen. Wer pingelig ist, muss eben die Intervalle etwa in der Form „$80- < 90$" usw. angeben, oder auch „$> 80 - 90$" usw.

Übung (3)

1. Geben Sie ein eigenes neues Beispiel für eine Variable, deren (nichtkumulierte) Verteilung einer Glockenkurve ähnelt, jedoch schief ist mit langem Ende zu den höheren Werten („rechtsschief"). Geben Sie auch ein „linksschiefes" Beispiel.
2. Geben Sie eigene Beispiele für Variablen, deren Verteilung bimodal ist, d.h. zweigipflig.
3. Denken Sie sich die Variable „Alter" (auf der Population der im Straßenverkehr 1992 verletzten BRD-Bürger 1992, die zwischen 5 und 85 Jahren alt waren) beliebig fein gemessen. Betrachten Sie dazu folgende Verteilungsdaten:

Alter	$5-15$	$15-18$	$18-25$	$25-65$	$65-85$
relative Häufigkeit	0.13	0.075	0.22	0.5	0.075

.

   (a) Zeichnen Sie ein Histogramm dazu. (Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftung.) Was fällt auf? Vergleichen Sie dazu die Altersverteilung *aller* Menschen in der BRD 1992, die zwischen 5 und 85 Jahren alt waren:

Alter	$5-15$	$15-18$	$18-25$	$25-65$	$65-85$
relative Häufigkeit	0.11	0.03	0.1	0.6	0.16

.

   Welche wichtigen Aufschlüsse ergibt dieser Vergleich? Drücken Sie die wesentlichen Beobachtungen mittels des Begriffspaares „unterrepräsentiert / überrepräsentiert" aus, und verwenden Sie auch bedingte Wahrscheinlichkeiten (d.h. in diesem Falle bedingte relative Häufigkeiten), um die zugehörigen Sachverhalte präzise auszudrücken.

   (b) Zeichnen Sie den Graphen der Verteilungsfunktion dem Histogramm entsprechend.

   (c) Berechnen Sie Näherungswerte für μ und σ.

   (d) Welcher Anteil liegt hier im Bereich $\mu \pm 2\sigma$?

4. Skizzieren Sie grob qualitativ zu folgenden Dichten die zugehörigen Verteilungsfunktionen (außerhalb des gezeichneten Bereichs ist die Dichte jeweils konstant Null, außer im dritten Beispiel - dort gehen die Dichtewerte erst mit $x \to \infty$ nach Null) - Zusatzfrage: In welchen Fällen ist der Median verschieden vom Erwartungswert (gew. Mittelwert) - wenn ja: In welcher Richtung weicht der Mittelwert vom Median ab?