

### Übung (4)

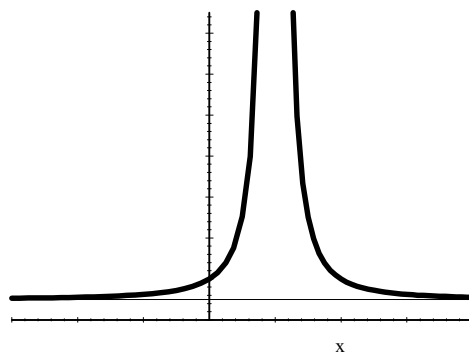
1. Auf wie viele Weisen kann man 10 Objekte in eine Reihenfolge bringen?
2. Wie viele Dreiergremien können Sie in einem Verein von 200 Mitgliedern bilden?
3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man bei 20 Würfeln mit einem (gewöhnlichen, symmetrischen) Würfel genau drei Sechsen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man dabei *mindestens* drei Sechsen? (Rechnen Sie das möglichst praktisch!)
4. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man bei 200 Würfeln mit einem Würfel wenigstens 30 Sechsen? (Nutzen Sie näherungsweise Rechnung mit der passenden Normalverteilung, und verwenden Sie dabei Stetigkeitskorrektur.) Warum ist das Resultat *nicht* dasselbe wie bei der zweiten Frage der letzten Aufgabe?
5. Man zieht aus einer Urne mit 20 Kugeln, von denen 8 rot sind, 4 Kugeln auf einmal heraus; mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man genau 3 rote Kugeln dabei?
6. Sie wollen experimentell ermitteln, ob eine gewisse Fähigkeit in einer Gruppe  $A$  von Menschen stärker ausgeprägt ist als in Gruppe  $B$ . Dazu lassen Sie jeweils 20 mal ein Mitglied aus  $A$  gegen eines aus  $B$  bei einem (dazu geeigneten) Test antreten. Sie stellen fest: 15 mal gewann das Mitglied aus  $A$ . Mit welcher Sicherheit können Sie behaupten, dass die Fähigkeit in  $A$  tatsächlich größer ist? (Formulieren Sie Ihr Resultat auch in der Form: 'Die Hypothese, die Fähigkeit sei in  $A$  nicht größer als in  $B$ , kann auf dem Niveau ... verworfen werden.')
7. Die Variable  $T$ , 'Testpunktzahl' bei einem bestimmten Test, sei normalverteilt mit Mittelwert 100 und Streuung 20.
  - (a) Welcher Anteil der Population liegt im Bereich  $[60; 140]$ ? (Geben Sie aus dem Kopf ein gröberes Resultat und auch ein feineres gerechnetes.)
  - (b) Welcher Anteil der Population hat einen Testwert von über 160 Punkten?
  - (c) Geben Sie das rechtsseitige 99%-Vertrauensintervall für  $T$ .
  - (d) Geben Sie das zweiseitige 99%-Vertrauensintervall für  $T$ .

## Übung (5)

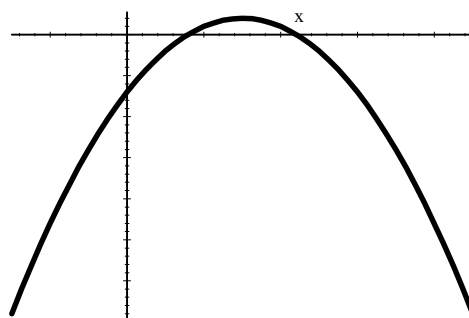
1. Sie haben 20 Patienten behandelt, davon zufällig 10 ausgewählte mit Therapie  $A$ , die andern mit Therapie  $B$ . Unter den mit  $B$  behandelten Patienten wurden 8 geheilt, unter den mit  $A$  behandelten nur zwei geheilt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt ein derartiges Missverhältnis auf (zugunsten der einen oder der andern Therapie), wenn die Heilungschancen tatsächlich gleich sind bei beiden Therapien?
2. Stellen Sie sich vor, fünf Mitglieder einer Gruppe hätten bei einer Aufgabe jeweils einzeln die Wahrscheinlichkeiten von  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/5$ ,  $1/5$ ,  $1/6$ , die Aufgabe (korrekt) zu lösen. Nun mögen sie alle unabhängig arbeiten, doch in der Lage sein, eine korrekte Gruppenlösung abzugeben, wenn nur eines der Mitglieder die Aufgabe korrekt gelöst hat. Welche Wahrscheinlichkeit für eine korrekte Gruppenlösung ergibt das? Können Sie Ihr Resultat verallgemeinern?
3. Sie beobachten in einer Zufallsstichprobe von 100 Leuten genau 20, die eine gewisse Eigenschaft haben. Auf welchem Niveau können Sie die Hypothese verwerfen, diese Eigenschaft komme mit einer relativen Häufigkeit von mindestens 0.3 in der Gesamtpopulation vor (aus der die Stichprobe als Zufallsstichprobe gezogen ist)?
4. Für eine spezielle Teilpopulation  $A$  gelte, dass der  $IQ$  darin (nennen wir diese Variable  $X_A$ ) dieselbe Streuung  $\sigma(X_A) = 15$  hat wie in der Gesamtpopulation. In einer Stichprobe vom Umfang 50 aus der Teilpopulation finden Sie einen empirischen Mittelwert  $\bar{x}_A = 90$ . Auf welchem Niveau können Sie die Hypothese verwerfen, der  $IQ$  in  $A$  habe einen Mittelwert von mindestens 95?
5. Skizzieren Sie *grob* die Graphen folgender Funktionen (nachdem Sie zuvor die Fragen nach maximalem reellem Definitionsbereich, eventuellen Symmetrien, Polen und eventuell asymptotischem Verhalten für  $x \rightarrow \infty$ ,  $x \rightarrow -\infty$  beantwortet haben):
  - (a)  $f(x) = x^2 - 1$
  - (b)  $g(x) = \frac{1}{x-1}$
  - (c)  $h(x) = x + \frac{1}{x^2}$
  - (d)  $k(x) = 1 - e^{-2x}$
  - (e)  $l(x) = \sqrt[3]{2x+1}$
6. Formen Sie den Ausdruck  $\ln(3x^5)$  derart um, dass man erkennt, dass er linear in  $\ln(x)$  ist. (Man könnte die Frage auch so stellen: Drücken Sie  $\ln(3x^5)$  in  $\ln(x)$  aus.)
7. Lösen Sie die Gleichung  $2^{-3t} = 5$ .

## Übung (6)

1. Welches 2-seitige 95%-Vertauensintervall für die Anzahl der täglich mit Telefonieren verbrachten Stunden können Sie geben, wenn Sie in einer Zufallsstichprobe folgende Werte finden: 0.5, 1, 0.1, 0.3, 0.8, 2, 0.9, 0.5, 1.2, 1.3? Auf welchem Niveau könnten Sie anhand dieser Daten die Hypothese verwerfen, die mittlere tägliche Telefonierzeit der betreffenden Population betrage mindestens eine Stunde?
2. Sie beobachten in einer Zufallsstichprobe vom Umfang 100 von Studienabsolventen der Gruppe  $A$  eine mittlere Suchdauer von 4 Monaten, bis sie eine Arbeitsstelle gefunden haben, mit einem Streuungsschätzwert  $s_A = 3$  (Monate). Bei einer Zufallsstichprobe des Umfangs 120 von Studienabsolventen der Gruppe  $B$  (es gelte  $A \cap B = \emptyset$ ) beobachten Sie eine mittlere Suchdauer von 9 Monaten, mit einem Streuungsschätzwert  $s_B = 4$  (Monate). Mit welcher Sicherheit können Sie behaupten, dass die mittlere Suchdauer in Population  $B$  um wenigstens 4 Monate höher liegt als in  $A$ ? (Hinweis: Arbeiten Sie mit Normalverteilung!)
3. Finden Sie Rechenausdrücke für Funktionen, deren Graphen grob so aussehen:



- (a) (Hier soll ein Pol bei  $x = 1$  liegen, und die Gerade  $y = 1$  soll Asymptote des Graphen für große  $|x|$  sein.)



- (b) (Der Scheitel habe dabei die Koordinaten  $(3, 2)$ .)

4. Skizzieren Sie grob die Graphen zu den folgenden Funktionen im jeweils maximalen reellen Definitionsbereich, zu denen folgende Rechenausdrücke gehören:
  - (a)  $f(x) = \frac{x}{1-x^3}$ ,
  - (b)  $g(x) = \frac{x}{1+x^2}$ ,

(c)  $h(x) = xe^{-x}$ ,

(d)  $k(x) = x + \ln(x)$

5. Bilden Sie folgende Ableitungen:

(a)  $\frac{d}{dx} \left( 2e^x - \ln(x) + 4\sqrt[5]{x^3} \right)$ ,

(b)  $\frac{d}{dx} xe^{-x}$  (Nutzen Sie das, um die Extremwertfrage für die betreffende Funktion auch quantitativ zu klären.)

(c)  $\frac{d}{dx} x \ln(x)$  (Wie verhält sich das für  $x \rightarrow 0$  ( $x > 0$ )?)

(d)  $\frac{d}{dx} \frac{1-x}{2+x^2}$ . Sehen Sie, wie sich diese Ableitung für  $x \rightarrow \infty$ ,  $x \rightarrow -\infty$  verhält?

(e)  $\frac{d}{dx} \frac{x}{1+x^2}$  (Nutzen Sie das für die quantitative Klärung der entsprechenden Extremwertfrage.)

(f)  $\frac{d}{dt} e^{xt^2}$ ,  $\frac{d}{dx} e^{xt^2}$ .