

Übungen (8)

- (1) (Es wird in dieser Aufgabe einmal genau überlegt, was es mit dem Fehler zweiter Art für eine Bewandnis hat.) Stellen Sie sich vor, eine relative Häufigkeit p in der Population betrage tatsächlich 0.3. Sie testen die Hypothese ' $p \geq 0.4$ ' anhand einer Stichprobe des Umfangs $n = 20$ auf dem Niveau $\alpha = 0.01$.
 - (a) Bestimmen Sie zunächst Ihre Verwerfungsgrenze - wie wenig 'Treffer' unter den 20 Versuchen darf es höchstens geben, damit man die Hypothese verwerfen auf einem Niveau verwerfen kann, das mindestens so gut ist wie α ? (Warum steht dies 'mindestens'?)
 - (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt gemäß den genannten tatsächlichen Verhältnissen das Zufallereignis auf, dass Sie höchstens so viele 'Treffer' bekommen wie nötig ist für das Verwerfen wie in (a) beschrieben? Welchen Wert hat also β , die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Sie nicht zum Verwerfen der falschen Hypothese kommen?
 - (c) Wieso macht das Resultat von (b) sehr klar, dass es ein Unfug ist, eine nicht auf gutem Niveau verworfene Hypothese 'als bestätigt anzunehmen'?
 - (d) Spielen Sie die Sache auch noch einmal durch für $n = 100$ (sonst alles gleich) und für $\alpha = 0.05$ (sonst alles gleich wie oben). Was stellen Sie fest? Verallgemeinern Sie diese Aussagen. Sagen Sie möglichst vor der Rechnung voraus, wie sich in beiden Fällen β ändern wird.
 - (e) Überlegen Sie noch, welche Änderung bei β eintreten wird, wenn die getestete falsche Hypothese tatsächlich um weniger falsch ist.
- (2) Es sind verschiedene Modelle für Wachstum möglich (und auch in Bereichen der Wirklichkeit realisiert), sagen wir: Der Wert einer Größe ändert sich in der Zeit, $f(t)$ ist der Wert zur Zeit t , und mit fortschreitender Zeit wird $f(t)$ stets größer, d.h. f ist eine streng monoton wachsende Funktion.
 - (a) Stellen Sie sich vier qualitativ verschiedene einfache Grundmodelle (also ohne so etwas wie Knicke hin und her, ob eckig oder abgerundet) für einen solchen Vorgang vor.
 - (b) Geben Sie konkrete Funktionen an, welche die von Ihnen gefundenen Grundmodelle realisieren.
 - (c) In einer psychologischen Arbeit (auch in einem Lehrbuch wiedergegeben) wurde für die Größe 'Einfluss auf die Bildung einer bestimmten Ansicht bei einem Menschen' in Abhängigkeit von der Zahl der im Sinne dieser Ansicht beeinflussenden Menschen das Modell 'Wurzelfunktion' nicht nur vorgeschlagen, sondern geradezu als einzig denkbares vorgestellt. Zur Begründung wurde allein angeführt, dass es sich um ein Wachstum handle mit fallender Steigung. Ihr Kommentar dazu?
- (3) Überlegen Sie anhand Ihrer Kenntnis der Graphen der Grundfunktionen, wie die Graphen der Funktionen mit folgenden Rechenausdrücken aussehen:
 - (a) $(x - 1)^3$
 - (b) $2(3x + 1)^2$
 - (c) $\ln(-\frac{1}{2}x + 1)$