

## Übung (7)

- (1) Sie wollen feststellen, ob Gruppe  $A$  von Schachspielern besser ist als Gruppe  $B$ . Dazu lassen Sie 20 zufällig ausgewählte Spieler aus  $A$  jeweils gegen einen zufällig ausgewählten Spieler aus  $B$  antreten, und zwar bei Unentschieden so lange, bis eine erste Partie nicht unentschieden endet. Sie wollen entscheiden: 'Wenn mindestens 17 Partien mal die Spieler aus  $A$  gewinnen, so ist  $A$  im Mittel besser'. (Hinweis: Achten Sie bei (b) und (c) ein wenig darauf, mit welcher Verteilung man arbeiten sollte.)
  - (a) Liegt hier ein einseitiger oder ein zweiseitiger Test vor? (Formulieren Sie auch technisch genau die Hypothese, welche hier getestet wird.)
  - (b) Auf welchem Niveau arbeiten Sie mit der angegebenen Entscheidungsregel? (Wie wahrscheinlich ist es, dass mindestens 17 Partien von  $A$ - Spielern gewonnen werden, wenn tatsächlich die Wahrscheinlichkeit  $1/2$  vorliegt, dass im Einzelfalle vom  $A$ - Spieler gewonnen wird?)
  - (c) Wie sähe ein entsprechender Test aus, der auf einem Niveau von 0.05 arbeitet? (Dies Niveau soll mindestens, jedoch so knapp wie möglich eingehalten werden?)
- (2) Sie testen die Hypothese, eine Eigenschaft trete in einer Population mit einer relativen Häufigkeit von höchstens 0.3 auf. In einer Stichprobe vom Umfang 80 finden Sie die Eigenschaft mit relativer Häufigkeit 0.4.
  - (a) Auf welchem besten Niveau können Sie die Hypothese verwerfen? (Arbeiten Sie mit Normalverteilung - warum ist das in Ordnung?)
  - (b) Welches rechtsseitige 99%-Vertrauensintervall können Sie anhand des empirischen Befundes für die relative Häufigkeit in der Population angeben? (Überlegen Sie, ob Sie hier  $t$ - Verteilung brauchen, vergleichen Sie aber auch die Ergebnisse, die man unter Verwendung von  $t$ - Verteilung bzw. Normalverteilung bekommt. Unterscheiden Sie erneut verbal bei der Frage, ob man mit  $t$ - Verteilung zu arbeiten hätte, die prinzipielle Ebene von der pragmatischen.)
- (3) Sie beobachten folgende mittleren täglichen Fernsehzeiten (in Stunden!) in einer Zufallsstichprobe von 10 Kindern aus einer Population  $\Omega$  von Kindern: 1, 2.2, 3, 2.4, 2.6, 1.7, 2.3, 1.8, 0.8, 4.1. Bezeichnen wir die Variable 'mittlere tägliche Fernsehzeit (in Stunden) in der Population  $\Omega$ ' mit  $F$ .
  - (a) Geben Sie an Hand dieser Beobachtungen ein zweiseitiges 95%-Vertrauensintervall für  $\mu(F)$ . Drücken Sie das Resultat in Worten aus. (Beachten Sie: Im Kontext ist von mehreren verschiedenen Mittelwertbildungen die Rede, formulieren Sie das noch einmal mit eigenen Worten.) Überlegen Sie bei den nachfolgenden Aufgaben b. und c., was Ihnen das Resultat von a. bereits über die Antworten voraussagt.
  - (b) Auf welchem Niveau können Sie die folgende Hypothese verwerfen: ' $\mu(F) \leq 1.5$  [Stunden]'? (Mit der groben Tabelle können Sie das nicht sehr genau sagen, aber doch eingrenzen.)
  - (c) Welche Aussage der Form ' $\mu(F) \geq c$ ' können Sie anhand der Daten auf 5%- Niveau verwerfen?
- (4) Es sei  $X$  die Variable 'mittlere Zahl von Herzschlägen pro Minute' (zu messen unter bestimmten Bedingungen),  $A$  und  $B$  seien getrennte Bevölkerungsgruppen, und mit  $X|_A$  werde die Einschränkung der Variablen  $X$  auf  $A$  bezeichnet, analog mit  $X|_B$  die Einschränkung auf  $B$ . Sie haben bei einer Stichprobe von 100 Leuten aus  $A$  eine mittlere Herzfrequenz von 60 Schlägen pro Minute mit zugehörigem Streuungsschätzwert  $s(X|_A) = 3$  und in einer Stichprobe des Umfangs 120 aus Gruppe  $B$  eine solche von 75 Schlägen pro Minute beobachtet, mit zugehörigem Streuungsschätzwert  $s(X|_B) = 5$ . Hinweis: Arbeiten Sie im Folgenden mit Normalverteilung, überlegen Sie jedoch und formulieren Sie genau, um die Verteilung welcher Variablen es geht.)
  - (a) Geben Sie anhand der Daten ein zweiseitiges 99%-Vertrauensintervall für  $\mu(X|_B) - \mu(X|_A)$ .
  - (b) Was sagt Ihnen das Resultat von (a) darüber, wie der zweiseitige Test der Hypothese ' $\mu(X|_B) - \mu(X|_A) \leq 13$ ' auf 1%-Niveau ausgeht? Auf welchem besten Niveau können Sie diese Hypothese verwerfen?
  - (c) Warum kann man bei dem genannten Befund nicht mit einiger Sicherheit sagen, die mittlere Herzfrequenz sei in  $B$  um wenigstens 15 höher als in  $A$ ?