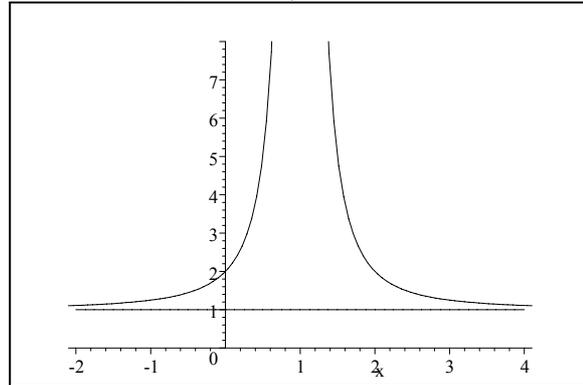


Übung (10)

1. Es sei $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$. Definieren Sie Funktionen g, h , so dass $f = g \circ h$. Tun Sie das auf zwei verschiedene Weisen.
2. Es sei $f(x) = \frac{1}{1+x}$. Was ist $f(f(x))$? (Bringen Sie diesen Ausdruck auf Endform.)
3. Skizzieren Sie grob die Graphen zu den Funktionen mit den Rechenausdrücken (welcher Kategorie sind sie?) $\frac{x}{1-x^2}$, $\frac{x^2}{1-x^2}$, $\frac{x^3}{1-x^2}$. Nennen Sie die vorliegenden Symmetrien, denken Sie an die Dominanzregeln, Pole, Verhalten für große $|x|$, Asymptoten. Stellen Sie nur gemäß notwendigem Graphenverlauf fest, ob es Extrema geben muss.
4. Skizzieren Sie grob die Graphen zu den Funktionen mit den Rechenausdrücken $\sin|x|$, $|\sin(x)|$, $\sin(x^2)$, $\sin^3(x)$, $\frac{1}{x}\sin(x)$. (Beachten Sie das Problem, dass zwar der letztere Ausdruck für $x = 0$ nicht definiert ist - wie aber ist das Verhalten für $x \rightarrow 0$?) Stellen Sie zu allen Funktionen fest, ob eine der Standard-Symmetrien vorliegt. Modifizieren Sie den letzten Ausdruck auch noch derart, dass die Hüllkurven schneller nach Null gehen / linear mit x anwachsen.
5. Skizzieren Sie die Graphen zu den Funktionen mit dem Rechenausdruck $2^{\sin(x)}$. Überlegen Sie elementar, in welchem Bereich sich die Werte bewegen, dass die Funktion periodisch ist und wo die Extrema liegen (ohne Ableitung!).
6. Geben Sie eine einfache lineare Transformation $h(x)$ des Ausdrucks $g(x) = e^x$ an, so dass sich die Funktionswerte $h(x)$ für $x \rightarrow \infty$ monoton dem Schwellenwert M nähern, der jedoch nie erreicht wird, so dass die Gerade $y = M$ eine Asymptote des Graphen von h für $x \rightarrow \infty$ bildet.
7. Geben Sie eine Funktion an, welche qualitativ einen solchen Graphen hat (bei $x = 1$ soll ein Pol vorliegen, Asymptote für $x \rightarrow \pm\infty$ soll $y = 1$ sein, wie eingezeichnet):



Hinweis: Versuchen Sie es mit einer besonders einfachen gebrochen rationalen Funktion.

8. Eine Größe wachse exponentiell derart, dass sich ihr Wert in zwei Zeiteinheiten jeweils verdreifacht. Innerhalb welcher Zeitspanne tritt Multiplikation des Wertes mit 100 ein?
9. Lösen Sie die Gleichungen $\log_3(2x + 1) = 5$ und $3^{-3x+4} = 100$.
10. Geben Sie eine Formel an, deren Gültigkeit ausdrückt, dass der Graph einer Funktion f spiegelsymmetrisch zur Geraden $x = a$ liegt. Ebenso: Drücken Sie aus, dass der Graph von f punktsymmetrisch zum Punkt (a, b) liegt.