Übung (9)

1. Verwenden Sie exakte Polardarstellung, um zu berechnen: $\left(-1+\sqrt{3}j\right)^{15}$.

2. Schreiben Sie alle dritten Wurzeln von j auf, in Polarform und auch in exakter kartesischer Form.

3. Hinter einen Ohmschen Widerstand mit Wert $R > 0$ schalten Sie eine Parallelschaltung aus einer Spule (Induktivität $L > 0$) und einen Kondensator (Kapazität $C > 0$). Die Kreisfrequenz sei $\omega > 0$. Drücken Sie den Gesamtwiderstand in kartesischer Endform aus. Betrachten Sie naheliegende Spezialfälle wie $\omega = 0$ und $\omega \to \infty$ (kommt das zu Erwartende heraus?). Treffen Sie die benötigte Fallunterscheidung - welcher Wert von ω fällt völlig aus dem Rahmen?).

4. Lösen Sie in $\mathbb{C}^2$ folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} (1+j)\,z_1 + (2-j)\,z_2 &= 1 \\ jz_1 - (3-j)\,z_2 &= 0 \end{aligned} \; .$$

   Fragen Sie sich zuvor: Was für ein Gleichungssystem ist das? Können Sie nach allgemeinem Wissen bereits eine Aussage über die Lösungsmenge treffen?

5. Nutzen Sie die Additionstheoreme, um die Funktion $f(t) = 2\cos(\omega t) - 3\sin(\omega t)$ in der folgenden Form darzustellen: $f(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$. Finden Sie also passende A und φ. Wählen Sie dabei $A > 0$.

6. Deuten Sie graphisch die Konstanten $-2, 3, 4$ in folgendem Ausdruck: $f(x) = -2\,(3x+4)^3$, und skizzieren Sie aufgrund dessen den Graphen von f.

7. Skizzieren Sie grob den Graphen der Funktion $g(t) = -4 + 2\sin(3t - \pi/2)$, indem Sie die geometrische Bedeutung der beteiligten Konstanten verwenden. Schreiben Sie auch in parametrisierter Form alle Abszissenwerte der Maxima von g auf.

8. Schreiben Sie die Additionstheoreme für $\cos(x+y)$ und für $\cos(x-y)$ auf. Welche (später für das Integrieren sehr nützliche) Darstellung können Sie nunmehr für $\sin(x)\sin(y)$ und dann insbesondere für $\sin^2(x)$ geben? Hinweis: Schauen Sie nach, was passiert, wenn man die beiden Gleichungen addiert / subtrahiert. Welche Konsequenz hat das für den Graphen von $\sin^2$ - durch welche einfachen geometrischen Operationen kann man ihn aus dem Graphen von sin gewinnen?