# Übung (4)

1. Schneiden Sie die Ebene, welche durch die Gleichung $2x - 3y + 4z = 1$ beschrieben ist, mit der Geraden $g$, welche wie folgt parametrisiert ist: $\vec{x}_g(\lambda) = (1,2,3) + \lambda(-2,1,1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

2. Schneiden Sie die Ebene $E$, welche parametrisiert ist mit $\vec{x}_E(\lambda,\mu) = (1,2,2) + \lambda(1,2,-1) + \mu(2,-1,3)$, $\lambda,\mu \in \mathbb{R}$, mit der Geraden $g$ aus Aufgabe 1. Hinweis: Zwar kann man eine solche Parameterform in eine Gleichungsform verwandeln, aber das haben wir noch nicht gelernt und wollen wir hier bewusst nicht tun. (Vergleichen Sie das Vorgehen in dieser mit dem in der letzteren Aufgabe, und beurteilen Sie, welcher Weg bequemer ist.)

3. Zwei Ebenen im $E^3$ seien bezüglich eines Koordinatensystems durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} -3x - 2y + 3z &= 1 \\ 2x + 3y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

   beschrieben. Worin schneiden sich die Ebenen?

4. Schneiden Sie Ebene $E$, welche durch die Gleichung $2x - y + z = 1$ beschrieben wird, mit der Ebene $F$, welche parametrisiert ist mit $\vec{x}_F(\lambda,\mu) = (1,2,2) + \lambda(-2,1,1) + \mu(-1,2,3)$, $\lambda,\mu \in \mathbb{R}$. Vergleichen Sie den Vorgang mit dem bei der vorigen Aufgabe. Warum ist es lästiger, bei derselben geometrischen Aufgabe mit zwei Parameterdarstellungen zu arbeiten?

5. Wie sieht sie Bahn eines Teilchens aus, das zur Zeit $t \in \mathbb{R}$ am Ort $\vec{x}(t) = (1,2,3) + t^3(2,-1,2)$ ist? (Hinweis: Schauen Sie an, welche Menge reeller Zahlen $t^3$ durchläuft, wenn $t$ durch alle reellen Zahlen läuft.) Aber in welcher Weise wird diese Bahn durchlaufen?

6. Skizzieren Sie die Bahn eines Teilchens, das zur Zeit $t \in \mathbb{R}$ am Ort $\vec{y}(t) = (t, t^2, t^3)$ ist. Hinweis: Es ist nützlich, die senkrechte Projektion der Bahn auf die $xy-$ Ebene zu betrachten (kartesisches System setzen wir voraus), und anschließend noch die $z-$ Komponente anzubringen.

7. Ein Fluss konstanter Breite $b$ habe parallele gerade Ufer, und das Wasser fließe darin überall gleichmäßig parallel zum Ufer mit Geschwindigkeit $\vec{v} \neq \vec{0}$. Ein Schwimmer möchte das jenseitige Ufer genau am gegenüberliegenden Punkt erreichen, also den Fluss genau senkrecht zu den Ufern passieren. Welche Eigenschaft muss sein Geschwindigkeitsvektor *relativ zum Wasser* (auch den setzen wir als konstant an) haben, damit das gelingt? Man nehme dazu an, dass der Fluss dem Schwimmer seine Stömungsgeschwindigkeit augenblicklich und stets zusätzlich zu der Geschwindigkeit des Schwimmers relativ zum Wasser mitteile. Man fasse das Problem als zweidimensionales koordinatenmäßig, indem man den Ursprung in den Startpunkt des Schwimmers setze und die Achsenrichtungen günstig wähle. (Wenn Sie in der Übung Nr. 7 nicht mehr schaffen, holen Sie das in der nächsten nach.)