Übung Brückenkurs Mathematik 7.10.2005 und Wochenende
(Die Übung lief erfreulich ab. D.h. bei denjenigen, die regelmäßig teilnehmen ist eine deutliche Leistungssteigerung erkennbar.)

Denken Sie an das Üben der Ableitungsregeln. Etwa mit den jetzt aktivierten Internetaufgaben zu Kap.9.3.

■ 1) Diskutieren Sie $\boxed{f_a(x)=e^{-x^2}\frac{x-a}{x+a} \quad \text{für } a>0.}$ und $\boxed{g_n(x) = \frac{e^{-x}}{1+x^{2n}} \quad n = 1, 2, 3,}$..

(Das sind zwei interessante Beispiele. f_a etwa liefert ein Beispiel, bei dem die Anzahlhypothese aus (8.1.13) nicht erfüllt ist. Für a=2 etwa findet man ein zunächst nicht erwartetes Extrmum. In der Übung wurde die Diskussion nur sehr verkürzt geführt)

■ 2) Erstellen Sie eine Liste der wichtigsten zu merkenden Stammfunktionen.
(Siehe Kap.12 (12.3.9)).

■ 3) Bestimmen Sie die Ableitung (momentane Geschwindugkeit) der folgenden Bahnkurve

$$t \longmapsto \vec{r}^K(t) = \begin{pmatrix} 2\cos(t) \\ \sin(2t) \\ 3t \end{pmatrix}$$

In Welche richtung bewegt sich der Punkt zur Zeit t=$\frac{\pi}{2}$? Wie sieht die Projektion der Bewegung in die 1-2-Ebene aus? Was für eine figur wird beschrieben? Wie erhält man die Geschwindigkeit der projizierten Bewegung? (2 Wege!)

■ 4) Berechnen Sie die folgenden Integrale. (In einigen Fällen - etwa bei I_4 oder I_8- sollte man gut aufpassen! Gemeint ist das, was da steht. Die 20 Integrale wurden wurden in den meisten Fällen in einer guten Stunde berechnet. Nutzen Sie die Liste der vorigen Aufgabe! Denken sie an. Denken Sie an das empfohklene Rechenschema mit dem Zwischenschritt:

$$\int_a^b dt f(t) = [F(t)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Skeptiker waren etwa nach I_{12} überzeugt. Und immer möglichst schnell ausklammern. Etwa

$$\int_4^5 dt(t-3)^{\frac{4}{3}} = \frac{3}{7}\left[(t-3)^{\frac{7}{3}}\right]_4^5 = \frac{3}{7}\left(2^{\frac{7}{3}} - 1\right)$$

Nun an die Arbeit!

$I_1 = \int_0^3 dx\ x^3$	$I_2 = \int_1^3 dt\ t^3$	$I_3 = \int_{-1}^3 dx\ (t+x)$	$I_4 = \int_1^3 du\ x^3$
$I_5 = \int_{-1}^3 dx\ x^4$	$I_6 = \int_0^\pi da\ \sin a$	$I_7 = \int_0^1 dx\ (1-7x)^7$	$I_8 = \int_{-1}^1 dx\ \frac{\pi+1}{1+x^2}$
$I_9 = \int_0^1 \frac{dx}{1+\pi^2x^2}$	$I_{10} = \int_1^2 \frac{dt}{t}$	$I_{11} = \int_0^a dx\ \frac{1}{a+x}$	$I_{12} = \int_a^{a+1} du \frac{2}{1+au}$
$I_{13} = \int_0^{\frac{T}{2}} dx\ \sin(\omega x)$ T=$\frac{2\pi}{\omega}$	$I_{14} = \int_0^A dx\ e^{-ax}$	$I_{15} = \int_0^1 dx\ e^{-2x+3}$	$I_{16} = \int_0^x dt\ e^{-2xt}$
$I_{17} = \int_0^1 dx\ (1+2x+3x^2)$	$I_{18} = \int_1^1 dt\ (1+7x^2t)^{17}$	$I_{19} = \int_1^2 \frac{dt}{x^4+2t}$	$I_{20} = \int_0^1 dt(3-t)^5$

■ 5) Bestimmen Sie Zahlen A und B, für die die Ungleichung A$\leq \int_0^2 dx e^{-x^2} \leq B$ gilt und für die B-A möglichst klein wird.
(Achtung: Dieses Integral läßt sich nicht elementar bestimmen! Man kann es nur abschätzen. Dazu die Monotonieeigenschaft der Integration nutzen.