Vorkurs 2005 **Übung Nr. 1**
12.9-14.9..2005

1★ $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+....\frac{10}{11}=\sum$....und $\frac{1}{4}-\frac{x^3}{6}+\frac{x^6}{8}-\frac{x^9}{10}+\frac{x^{12}}{12}-\frac{x^{15}}{14}=\sum$...

2★ Definieren Sie n! rekursiv! Vgl. (1.3.8-9) Verständnistyp!

3★Betrachten Sie die periodische Dezimalzahl $1.123\overline{456}$. Ziel: Darstellung dieser Zahl als rationale Zahl (d.h. Bruch ganzer Zahlen). Anleitung: Zerlegen Sie die Zahl in eine Summe, deren einer Summand s_1 gerade den rein periodischen Anteil ausmacht. Stellen Sie nun für s_1 eine naheliegende Gleichung auf (denken Sie an die Form: $\alpha s_1 = s_1 + \beta$). Aus der Lösung dieser Gleichung erhalten Sie leicht das gewünschte Resultat. Lösen Sie nunmehr ganz allgemein die Aufgabe, eine Dezimalzahl der Form $m_1...m_r.n_1...n_s\overline{p_1...p_t}$ als Bruch darzustellen. (Mit m_i, n_j, p_k sind hier die Ziffern bezeichnet, mit r, s, t die Längen der jeweiligen Blöcke. - Bei Verständnisschwierigkeiten sollten Sie die Sache am obenstehenden Beispiel konkretisieren.) Dazu: Bau des Zahlsystems! Kommentar?

4★ Stichwort *Distributives Rechnen*

a) Berechnen Sie distributiv (a+b+c)^3 und (a+b+c)^4 (Verallgemeinerung)

b) Gezieltes Ausklammern:

b1) $\sqrt{a^4+x^4}=x^2\sqrt{......}$

b2) $2^x+3+2^{-x}=2^{-x}$ (......)

c) **Gezieltes Heraussuchen** eines Beitrages bestimmter Form:

$$(1+x+x^2+x^3+.....)(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4+.....)$$

Wie sieht der Beitrag proportional zu x^2 aus, der nach dem disitributivem Ausmultiplizieren entsteht?

5★Stichwort *Bruchrechnung* a) Vereinfachen Sie (über Doppelbruchbeseitugung oder Haupnennerbildung):

$\frac{1}{a+\frac{1}{2+a}}=..$	$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{x}}{\frac{1}{3}+\frac{2}{x}}=..$	$\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}$	$\frac{1}{a}-\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b}$	$\frac{1}{2a}-\frac{2}{b}+\frac{3}{a+b}=..$

6★ Bestimmen Sie für p(x)=x$^2+4x-5$ die weiteren Formen, also die Scheitelpunktsform und die Linearform. Dasselbe für q(x)=2x$^2+4x-2$. (Auch Normalform, Lage p-q-Ebene)

7★ **Quadratische Gleichungen.** Bestimmen Sie die (=alle) Lösungen:

a) $3x^2+4x-5=0$

b) $a^2(x-5)^2+5x=25$ Unbestimmte a, x äußerer Parameter.

c) $(3x+2)x+2(5x-2)+4=0$ *d)*

d*) $(2+x)a^2+(\frac{1}{x}-2)a=6x+5a$ in a!

8★ Lösen Sie die folgenden Gleichungen, d.h. bestimmen Sie die Zahlen x, die diese Gleichung erfüllen. Sie lassen sich auf quadratische Gleichungen zurückführen.

$\frac{1}{x-2}+2+\frac{3}{x+2}=0$	
$2x^4+6x^2-8=2$	u=x^2 als Hilfsgröße einführen
$2^x+3+2^{-x}=0$	u=2^x einführen

d) Quadratische Gleichungen mit "kurzem Lösungsweg":

$(2x+\frac{1}{3})(\frac{1}{7}x+3)=0$	$(x+2)^2-5=0$
$3x^2-5x=0$	$3x+ax^2=x(7-x)=0$
$3(x-4)(2+x)+(4-x)(2x-3)=0$	

e) Gleichungen, die auf quadratische Gleichungen führen

$\frac{1}{x}-\frac{2}{x+1}=3$	$\frac{1}{x}-\frac{2}{x+1}=\frac{3}{x}$	$\frac{x}{x+1}-\frac{2+x}{x-1}=1$

f)

$\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}=3$	$\sqrt{x+2}+\sqrt{2x-3}=3$

9★ Binomialsatz / Binomialkoeffizienten

a) Beweisen Sie $\boxed{\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}}$ einmal rechnerisch und ewinmal ohne Rechnung rein argumentativ.

b) Berechne $\binom{7}{4}$ und $\binom{12}{9}$. (Denken Sie an a)

c) Berechnen Sie $\binom{n}{3}$. Inhaltliche Interpretation?

d) Berechnen Sie $(2x+4x)^n$ mit Hilfe des Binomialsatzes auf zwei Weisen/Wegen. In der **Endform** sollten gemeinsame Faktoren ausgeklammert sein. Welcher Weg ist vorzuziehen?

10★ Die Gerade g werde durch die Gleichung y=2x+3 festgelegt. Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden h, die durch Spiegelung an der ersten Winkelhalbierenden (Gleichung y=x) entsteht. Dasselbe für die Spiegelung von g an der x-Achse und der y-Achse.

11★ Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden durch die Punkte (1,1) und (3,H) . Fertigen Sie eine Skizze und wandeln Sie Ihre Gleichung in die anderen Formen der Geradengleichung um, sofern möglich. Wann ist der Achsenabschnitt auf der x-Achse gleich 20? Wann sind die beiden Achsenabschnitte gleich?

12★ In der Ebene seien die beiden Punkte (1,2) und (3,1) gegeben. g sei die Gerade durch diese beiden Punkte. Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden h, die zu g parallel verläuft und durch den Punkt (H,H) verläuft. Für welche Werte von H ist g=h? Wann liegt h oberhalb von g? (Skizze!)

a) Wie erhält man jetzt alle zu g parallelen Geraden?

13★ Was für eine ebene Figur wird durch die Gleichung $4x^2 + \frac{1}{9}y^2 = 1$ bestimmt?