Allgemeine Regel und Beispiel

(Nutzung derartiger Hierarchein beim Lernen)

Eine (allgemeine) **Regel** ist auf viele (insbesondere auch nicht vorhersehbare) Fälle anwendbar. Ein **anschließendes Beispiel** soll dann die Regel verständlicher machen. Die Frage "Wozu dient das Beispiel?" muss beantwortet werden können! Zusätzlich kan das Beispiel selbst auch noch nützlich sein, einem wichtige Information liefern.

Die umgekehrte Einschätzung, dass die allgemeine Regel für das Verständnis des anschließenden "praktischen" Beispieles da sei, ist falsch.

Erfahrungen der beiden vergangenen Kurse besagen, dass vielfach mit der zweiten Einstellung gelernt zu werden scheint. Fragen der Art "Wozu das Beispiel, was soll es verdeutlichen?" konnten nicht beantwortet werden! Wir werden daher im Kurs auf die Verdeutlichung dieser Rangordnung immer wieder Wert legen. Die wichtige Fähigkeit, Abstraktion und Konkretisierung effektiv einzusetzen, muss gefördert werden, entwickelt sich keineswegs von alleine optimal.

Zur Illustration ein **Beispiel** zum genaueren Verstehen des soeben Gesagten, des allgemeinen Sachverhaltes:

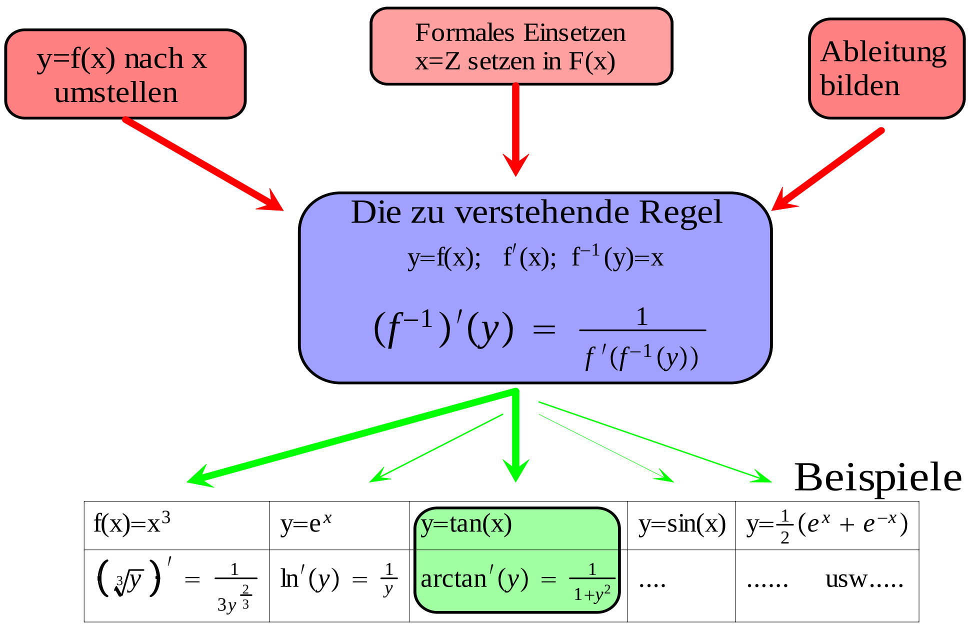
Die Ableitungsregel für eine inverse Funktion

Sei y=f(x) gegeben mit Ableitung $f'(x)$ und inverser Funktion $f^{-1}(y)$. Das ist eine Auflösung der Gleichung f(x)=y nach x. Bestimme die Ableitung der inversen Funktion, also $(f^{-1})'(y)$. Gesucht ist also eine Gleichung $(f^{-1})'(y) = .??.$ Rechts soll ein Rechenausdruck stehen, der es erlaubt, die gesuchte Größe mit Hilfe der vorgegebenen Größen zu bestimmen. Man findet die allgemeine Antwort in Form folgender Formel

$$\boxed{(f^{-1})'(y)=\frac{1}{f'(f^{-1}(y))}}$$

Diese Regel ist auf **viele** Beispiele anwendbar! Etwa $f(x)=x^3$, $f(x)=\tan(x)$, $f(x)=e^x$, $f(x)=\sin(x)$ usw.usw. Aber ohne zusätzliche Verdeutlichung klappt die Anwendung dieser Regel meist nicht.

Denn u.a. ist das Verstehen dieser Regel ein Beispiel für korrektes formales Einsetzen von Rechenausdrücken in Termen! Rot drei allgemeine Leistungen, für die die Regel ein Beispiel darstellt und darunter dann einige Beispiele für die Regel.



y=f(x)=tan(x) kann dann etwa als Beispiel zur Illustration der Regel verwendet werden. **Aber als Folge der Bearbeitung des Beispiels soll die allgemeine Regel besser verstanden werden**. Es dient erst in zweiter Linie der durchaus wichtigen Bestimmung der Ableitung des Arkustangens.

Das Beispiel verdeutlicht auch das Rollenkonzept und das Problem der Textinterpretation: Die Aufgabenstellung besagt: y=f(x) und y=f$'(x)$ und x=f$^{-1}(y)$ sind bekannt, sind vorgegeben. Mit ihrer Hilfe darf also die gesuchte rechte Seite aufgebaut werden. (f$^{-1})'$(y) dagegen ist wieder nur eine **Bezeichnung** für die gesuchte Größe.

> Und diese Bezeichnung entsteht erneut über die Anwendung einer allgemeinen Regel: Ist y=F(u) eine differenzierbare Funktion, dann ist F$'(u)$ eine Bezeichnung für die (u.U. sonst noch unbekannte) Ableitung. Diese Regel wird auf die Funktion f$^{-1}(y)$ angewendet. Um die Zusammengehörigkeit, die Reihenfolge der Operationen zu verdeutlichen, wird eine Klammer gesetzt: (f$^{-1})'(y)$ und nicht etwa f$^{-1\prime}(y)$ geschrieben.

In Kap. 1.4 wird gezeigt, wie man eine physukalische Fragestellungt (*Intensitätsabnahme infolge Absorbtion*) mit Hilfe einer Modellüberlegung löst.

> Das ist ein Beispiel für die allgmeine Regel, dass elementare phyikalische Gesetze meist solche für die **Änderungsraten**, nicht aber für die Größen selbst sind

---

Der Weg von der *allgemeinen Regel* zum *konkreten Fall* und damit verbundene spezifischen Fragestellungan für die

Bewegung eines Massenpunktes

Kapitel 3. Hier hat man es grob mit 4 Stufen zunehmender Konkretisierung von ★ bis ★★★★ zu tun.
Also: ★★ ist selbst wichtiges konkretes Beispiel für ★ usw.
Jede neue Stufe ist konkretisierendes Beispiel für die darüber stehenden Stufe!
(Zeichen↙↓↘ . D.h. es gibt eine Vielzahl analoger Beispiele.
Dabei ist meist die Anwendung weiterer allgemeiner Regeln erforderlich. In einigen wichtigen Fällen ist das durch das Zeichen $\Re$ gekennzeichnet!

★ Allgemeiner Einstieg:

Newtonsche Bewegungsgl. (3.5.1-3) für ein Massenpunktsystem		
$\boxed{m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}(t) = \vec{K}(t)}$	(Zwei Interpretationen 3.6)	
Benötigt: **Kraftkurve**	über ein Kraftfeld ↙↓↘ ↗ (3.6.2) Anders	
Immer gesucht:	**Alle zugeh. Bahnk.** **Physik. Bewegungen (3.8)** $\Re$	$\boxed{\vec{r}(t) = ...}$
Lösung : Analytisch↙↓↘ ..... Numerisch ↙↓↘		

Von ★ nach ★★ :

Konkretisierung $\swarrow\downarrow\searrow$ durch Festlegung des physik. Systems.

Dabei genügt die $\boxed{\text{Festlegung von } \vec{K}(\text{t})}$

Etwa über ein Kraftfeld ($\boxed{\Re}$ **Wie findet man Kraftfelder?** 3.7)

$$\boxed{\text{m}\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}(t) = \vec{F}(\vec{r}(t), t)}$$

★★ Ist $\vec{K}(t)$ bekannt, erhebt sich das mathematische Problem der **Bestimmung der zugehörigen physikalischen Bahnkurven**.

(**Lösung einer Differentialgleichung** $\swarrow\downarrow\searrow\swarrow\downarrow\searrow$ $\Re$, Kap.5)

Im Kurs: 2 Fälle mit zugeh. **Lösungsformel** $\vec{r}(t) = ...$

♦ Analytisch :
- ◊ Flugparabel: In (3.3.5) Formel angegeben $\boxed{\Re}$
- ◊ Harmonischer Oszillator (in...)
- (◊ Kreisbewegung $\boxed{\Re}$, Zwangskraft...(3.3.4))

♦ Numerisch: Methode, Computer in Kap.4 $\boxed{\Re}$)

★★★ Verfügt man über die allgemeine Lösung (also **alle physikalischen Bewegungen des Systems)** muss man meist noch zusätzliche **fallspezifische Information** einbauen, die eine individuelle Bahn aussondert $\swarrow\downarrow\searrow\swarrow\downarrow\searrow$

(Stichwort *Anfangswerte*)

Unser **Hauptbeispiel**: Flugparabel (einschl. geradl. gleichf. Bew. (3.3.2-3))

(In anderen Fällen analog vorzugehen! Beispiel erläutert allg. Regel)

Aus der allgemeinen Lösung wird die fallspezifische Lösung

Ergebnis: Bahnkurve für den speziellen Fall (3.3.6)

$\vec{r}_{Speziell}(t) = ...$	Spezielle Lösung im betrachteten System

---

★★★★ Jetzt die Eigenschaften der gefundenen speziellen Lösung ablesen und spezifische Fragestellungen beantworten / bzw. mathematisch behandeln

(Flugparabel: $\swarrow\downarrow\searrow$ Lage zu vorgegebenen Zeiten, Schnitt mit anderen Figuren, Scheitelpunkt, Flugweite, Änderungsaufgaben, etwa unter Änderung von g, usw. usw. $\swarrow\downarrow\searrow$)

Beispielaufgabe Flugparabel (3.3.6)

Wieso mit T=t-t_1 arbeiten? Verallgemeinerung
