Nachklausur Physik 23.4. 2004

Erneut sind die Resultate nicht erfreulich. Details werde ich Montag ins Netz stellen. Von den 15 Teilnehmern haben 6 bestanden. Es waren 40 Punkte möglich und 20 waren verlangt.

Bestanden haben

		Punkte	1. Klausur
002755	SP	39.5	11
323324	HJ	26.5	16
327190	MH	24	14.5
310362	KK	23.5	17
324715	SL	22	11
331970	DH	20.5	12.5

Die weiteren Teilnehmer haben bis zu 10 Punkte, einige viel weniger. Teilweise liegt intellektuelle Überforderung vor, teilweise aber jetzt über die Nachklausur deutlicher werdende falsche Arbeitsweisen und fürchterliche schulische Defizite.

In einem Fall wurde unverfroren abgeschrieben mit Reduktion von 14 Punkten auf 0.

Katastrophal und illustrativ die Resultate zu einem Teil der Aufgabe 2. Erläutern wir den Sachverhalt einmal in einer Reihe aufeinander aufbauender Fragen samt Antwort:

Zunächst einmal sollte man einige Dinge wissen:

- Der größtmögliche (maximale) Wert von y=sin(x) ist ... ? Antwort 1, etwa für x=$\frac{\pi}{2}$.
- Der grötmögliche Wert von s(t)=sin(ωt) ist....? Antwort: Wieder 1, etwa für $\omega t = \frac{\pi}{2}$
- Der größtmögliche Wert von r(t)=7sin(ωt) ist .... ? Antwort 7 , etwa für....
- Wie groß ist A aus a(t)=A sin(ωt), wenn der größtmögliche Wert von a(t) gleich 0.5 ist? Antwort : A=0.5.
- Wie groß ist A aus b(t)=Bsin(ωt), wenn der kleinstmögliche Wert von b(t) gleich $-\frac{1}{3}$ ist? Antwort: B=$+\frac{1}{3}$.
- $\alpha(t)$ Auslenkung eines Pendels. Die Ruhlage eines Pendels lige bei $\alpha = 0$. Die maximale Auslenkung sei $\alpha_0 = 0.2$. Wie groß ist A in $\alpha(t) = A\sin(\omega t)$? Antwort A=$\alpha_0 = 0.2$.
- Wie lange braucht das Pendel, um von der Ruhelage bis zur maximalen Auslenkung zu gelangen? Antwort : x=ωt muss von 0 bis $\frac{\pi}{2}$ gehen. Oder t muss von 0 bis $\frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{2\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{4}$ gehen, da $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ist.
- Wie groß ist die Auslenkung nach einer Periode? Antwort $\alpha(t+T) = \alpha(t)$.
- Wie groß ist die Auslenkung $\alpha(\frac{T}{2})$? Antwort $\alpha(\frac{T}{2}) = 0$, da sin$\pi = 0$.

Was für einen Fehler machen Sie? Sie starten mit $\boxed{\alpha(t) = A\sin(\omega t)}$ und beachten wie üblich nicht, dass das die Beziehung für **alle** t ist. Nur für gewisse t gibt sie den maximalen Auschlag α_0. Der erste positive t-Wert ist $\frac{T}{4}$ wie soeben gesehen. Natürlich gilt für die t-Werte (mit sin(ωt) $\neq 0$)

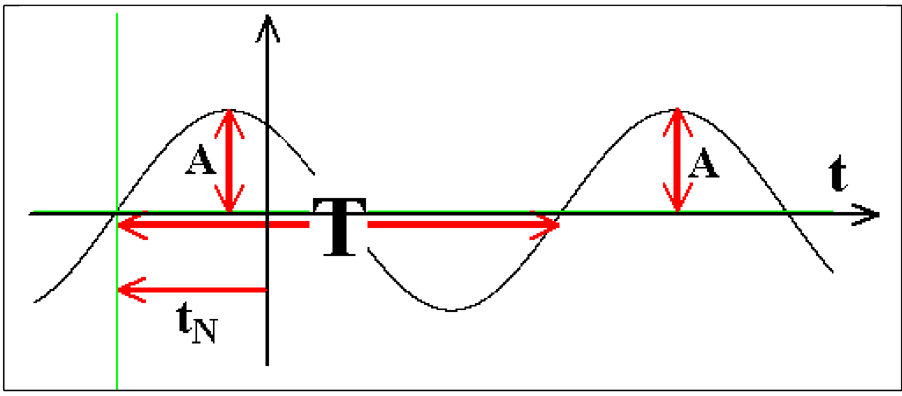
$$A = \frac{\alpha(t)}{\sin(\omega t)}$$

Nur: Sie müssen Zähler und Nenner zum selben Zeitpunkt nehmen. Und der Zähler ist nur zu ganz bestimmten Zeiten bekannt. t=0 oder t=$\frac{1}{2}T$ sind offensichtlich unzulässig, da Zähler und Nenner dann Null werden. Viele von Ihnen setzen jetzt den Zähler gleich 0.2 und t=T und erhalten über einen Rundungsfehler in ω einen Wert ungleich Null für sin(ωt). Das gibt ein riesiges A. Andere wissen an dieser Stelle nicht weiter. Sie fragen nicht: Für welchen Zeitpunkt kann ich die rechte Seite auswerten. (Wir haben gesehen, es ist t=$\frac{T}{4}$)

Und noch etwas: t ist unabhängige Variable.**Sie** dürfen dafür einen beliebigen Zeitpunkt nehmen (und in die Gleichung einsetzen). T dagegen ist die Periode, eine Systemgröße. Deren Wert geben nicht Sie vor, sondern die Natur, nach der Sie sich richten müssen. Und natürlich ist das hier keine Flugparabelaufgabe, bei der *derslebe Buchstabe* T eine ganz *andere* Bedeutung hat.

Und nochmals: Wenn a(t)=$\alpha \sin(\omega t+\varphi)$ den größten Wert 0.3 hat (wobei t alle Zahlen durchlaufen darf), dann sollen Sie wissen, $\alpha = 0.3$ zu wählen ist!

Man merkt sich das über eine **wichtige** Figur zu a(t)=Asin$(\omega t + \varphi)$, wobei t$_N$ die Koordinate einer Sinusnullstelle mit positiver Steigung ist



Und dazu
$2\pi = \omega T$
$-\varphi = \omega t_N$

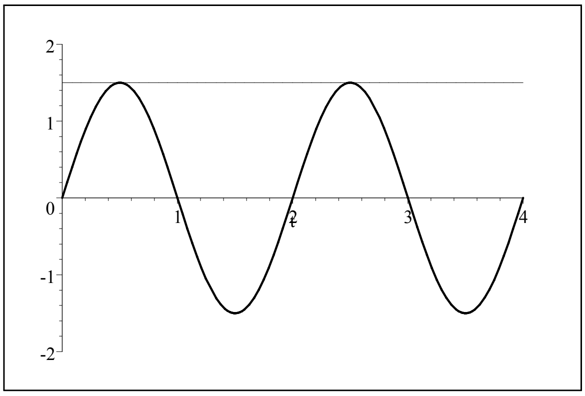
Und das ist Ihr Problem: Wichtiges als solches zu erkennen und dann zu merken!

Wegen der Abschreiberei gab es zu den Aufgaben auf den Blättern unterschiedliche Zahlwerte. In nachfolgender Lösung sind nur die Zahlergebnisse für einen dieser Aufgabensätze angegeben.

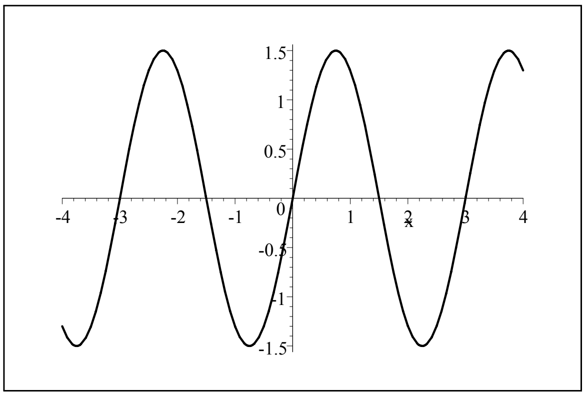
Und jetzt **die Aufgaben mit Lösungen** (für einen der Zahlsätze)

■ 1) Sie haben über eine transversale eindimensionale Welle die folgende Information:

A.) Am Koordinatenursprung (x=0) sieht die **Zeitabhängigkeit** der Amplitude wie in der folgenden Figur aus (Horizontale Achse: Zeit t) :



B) Zur Zeit t=0 sieht die **Ortsabhängigkeit** der Amplitude wie folgt aus (Horizontale Achse x-Koordinate):



a) Bestimmen Sie (mit Hilfe der in A und B enthaltenen Information) die zugehörige Amplitudenfunktion A(t,x).

b) Wie groß ist die Amplitude am Orte x=3 zur Zeit t=5?

c) Die Nullstelle des Sinus bei t=0 und x=0 ist auch bei allen Raum-Zeit-Punkten (t,x) mit $\omega t - kx = 0$ zu finden. Daraus können Sie eine allgemeine Formel für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Wellenvorganges herleiten. Tun Sie das. Welche Geschwindigkeit ergibt sich so für unser Beispiel?

▼ Diese Aufgabe war eine Woche vorher angekündigt. Besonders traurig, wenn Elektrotechniker zur Antwort nicht in der Lage sind.

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{2} = \pi \quad \text{Kreisfrequenz, da Periode gleich 2} \\ k &= \frac{2\pi}{3} \quad \text{da Wellenlänge gleich 3} \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{A(t,x)=1.5sin}(\pi \text{t-}\tfrac{2\pi}{3}\text{x})}$$

b)

$$A(5,3) = 1.5\sin(5\pi - 2\pi) = 1.5\sin(3\pi) = 1.5$$

c)

$$v_{Phase} = \frac{Weg\ddot{a}nderung}{Zeit\ddot{a}nderung} = \frac{x-0}{t-0}$$

$$\boxed{\text{v}_{Phase} = \tfrac{k}{\omega}}$$

Im Beispiel

$$v_{Phase} = \frac{\pi}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{3}{2}$$

▲

■ 2) Für ein (ebenes) Pendel werde der Auslenkwinkel α (als Funktion der Zeit) durch folgende Funktion gegeben

$$\alpha(t) = A\sin(\omega t)$$

a) Der maximale Auschlag sei $\alpha_0 = 0.2$ und die Periode der Pendelschwingung sei T=3s.
Wie groß sind A und ω?

b) Nun gilt beim Pendel $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ wobei g die Erdbeschleunigung und L die Pendellänge ist. Angenommen g=$9\frac{m}{s^2}$ (g=$4\frac{m}{s^2}$). Wie groß ist dann in unserem Beispiel die Pendellänge? (Erst eine allgemeine Formel, Zahlwert ganz am Ende!)

▼ a) A=0.2 und $\omega = \frac{2\pi}{3}s^{-1}$. Also $\alpha(t) = 0.2\sin(\frac{2\pi}{3}t)$.

b)

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \frac{g}{L} \qquad \boxed{\text{L}=\tfrac{g}{\omega^2}=\tfrac{gT^2}{4\pi^2}} \\ L &= \frac{9\frac{m}{s^2}9s^2}{4\pi^2} = \frac{81}{4\pi^2}m \quad \text{bzw.} \qquad L = \frac{4\frac{m}{s^2}9s^2}{4\pi^2} = \frac{9}{\pi^2}m \end{aligned}$$

▲

■ 3) Eine Göße y hänge für t>0 wie folgt von der Zeit ab $\boxed{\text{y(t)=}4\sqrt{t}}$. Speziell ist also y(1)=4.

a) Bestimmen Sie y(1.2) exakt.

b) Für die Änderung von y ergibt sich dy=$\frac{2}{\sqrt{t}}dt = \frac{8}{y(t)}dt$ näherungsweise für kleine dt. Bestimmen Sie y(2.2) näherungsweise über y(2+Δt) $\approx y(2) + dy$.

c) Wie groß ist der dabei entstehende relative Fehler?

d) Wie lautet die Differentialgleichung, der y genügt?

▼ a)

$$\begin{aligned} y(1.2) &= 4\sqrt{1.2} = 4.38... \\ y(2.2) &= 5.932\,95.. \quad \text{(wird gleich gebraucht)} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} y(2) &= 4\sqrt{2} = 5.656\,85... \\ & \quad y(\\ 2.2) &\approx y(2) + \frac{8}{\sqrt{2}}0.2 = 4\sqrt{2} + \frac{8}{\sqrt{2}}0.2 = 6.788\,2 \end{aligned}$$

c)

$$\text{Rel.Fehler=}\frac{y(2.2) - y_{Näh}(2.2)}{y(2.2)} = \frac{5.932\,95 - 6.788\,2}{5.932\,95} = -0.144$$

Das Vorzeicen gibt die Richtung dae Fehlers.

d) Die Differentialgleichung folgt wegen y$'(t) = \frac{dy}{dt}$ zu

$$y'(t) = \frac{8}{\sqrt{y(t)}} \qquad \text{0der } \boxed{\text{y}'\text{(t)y(t)=8}}$$

▲

■ 4) Ein Massenpunkt bewegt sich auf einer Flugparabel $\vec{r}(t)$. Sie haben folgende Information $\vec{r}(2) = (0, 2, 3)$ und $\vec{v}(2) = (0, 3, 4)$. Weiter $\vec{g} = (0, 0, -10)$.

a) Wie lautet die zugehörige Flugparabel? (Ort und Geschwindigkeit)

b) Wo befindet sich der Punkt zur Zeit t=4?

c) Wann und wo trifft der Punkt die Ebene z=3? (Eine Ebene parallel zur x-y-Ebene)

▼(Auch angekündigt)

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= (0, 2, 3) + T(0, 3, 4) + \frac{1}{2}(0, 0, -10)T^2 \qquad \text{mit T=t-2.} \\ &= (0, 2 + 3T, 3 + 4T - 5T^2) \\ \vec{v}(t) &= (0, 3, 4 - 10T) \end{aligned}$$

b) t=4 heißt T=2

$$\vec{r}(4) = (0, 8, -9)$$

c) Bedingung für z=3:

$$\begin{aligned} 3 + 4T - 5T^2 &= 3 \\ T(4 - 5T) &= 0 \\ T &= 0 \quad \text{oder} \quad T = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

Lösung T=0: Klar, da $\vec{r}(2)$ die Bedingung erfüllt. Die zweite Lösung liefert T=$\frac{4}{5}$, d.h. t=$\frac{14}{5} = 2 + \frac{4}{5}$. Das gibt den zweiten Ort zu

$$\vec{r}(\frac{14}{5}) = (0, \frac{22}{5}, 3)$$

Das ging jetzt recht gut!

▲

■ 5) Ein Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig im Raum mit der folgenden Bahnkurve:

$$\vec{r}(t) = (1, 2, 0) + (t - 1)(1, 3, 2)$$

a) Wann und wo trifft der Körper die y-z-Ebene? (Also x-Koordinate =0).
b) Wie groß ist die vektorielle Geschwindigkeit des Körpers
c) Welche Strecke (Länge!) legt der Körper in 2 Zeiteinheiten zurück?
d) Und welche Höhendifferenz (Änderung der z-Koordinate) wird in 2 Zeiteinheiten durchlaufen?
▼

$$\vec{r}(t) = (1 + T, 2 + 3T, 2T) \qquad \text{mit T=t-1}$$

a) Zur Zeit T=-1 Oder t=0 erhält man den Ort

$$\vec{r}(0) = (0, -1, -2)$$

b)

$$\vec{v} = (1, 3, 2)$$

c) $|\vec{v}| = \sqrt{14}$. Also Strecke $=2\sqrt{14}$.

d) $\Delta z = 4$

▲

6) ■ Für die Schwingungsdauer T einer Pendeluhr gilt die folgende Formel

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad \text{L Pendellänge, g Schwerebeschleunigung}$$

a) Was geschieht mit der Schwingungsdauer, wenn sich die Länge des Pendels vervierfacht? Was, wenn sich der Wert von g verdoppelt?

Die Schwingungsdauer wird jetzt an **zwei verschiedenen Orten der Erdoberfläche** vermessen, an denen die Schwerebeschleunigung unterschiedliche Werte g_1 und g_2 hat.

b) Welche inhaltliche Interpretation (Bedeutung) hat dann die Größe

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \qquad ?$$

c) Zeigen Sie, dass man rechnerisch folgendes Ergebnis erhält

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{\sqrt{g_1} - \sqrt{g_2}}{\sqrt{g_2}}$$

d) Könnte man die Änderung der Erdbeschleunigung (zwischen den Positionen 1 und 2) mit Hilfe einer Messung von ΔT bestimmen?

▼ a) Vervierfachung der Pendellänge L gibt Verdopplung von T. Bei Verdopplung von g verkleinert sich T um den Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$. (Auch das ist nicht allen klar)

b) $\frac{\Delta T}{T_1}$ ist die relative Änderung der Schwingungsdauer
c)

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{g_1}}}\left(\frac{1}{\sqrt{g_2}} - \frac{1}{\sqrt{g_1}}\right) = \frac{\sqrt{g_1}}{\sqrt{g_2}\sqrt{g_1}}(\sqrt{g_1} - \sqrt{g_2})$$
$$= \frac{1}{\sqrt{g_2}}(\sqrt{g_1} - \sqrt{g_2}) \qquad \text{Zum Teil riesige Rechnungen!}$$

d) Weiter umformen zu

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{g_1 - g_2}{\sqrt{g_2}(\sqrt{g_1} + \sqrt{g_2})}$$

Ist g_1 angenähert gleich g_2 und wählen wir 1 als Referenzpunkt, dann folgt

$$g_1 - g_2 = -1(g_2 - g_1) \approx \frac{2g_1}{T_1}\Delta T$$

für die gesuchte Änderung.

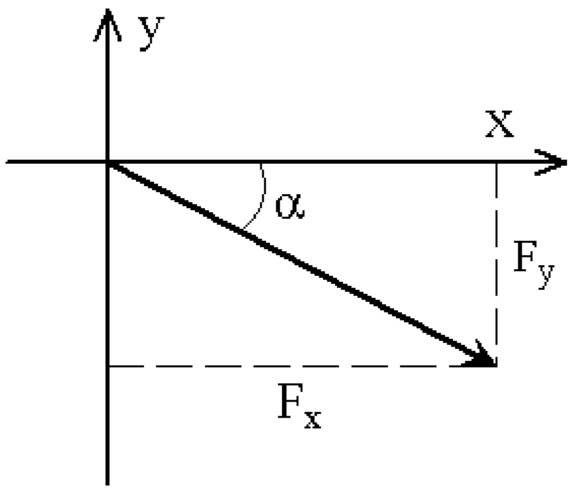
Das erhält man auch durch Ableiten:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 L}{g}$$
$$g(T) = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \qquad g'(T) = -2\frac{4\pi^2 L}{T^3}$$
$$\Delta g \approx \Delta T(-2)\frac{4\pi^2 L}{T^3} = \Delta T(-2)\frac{g}{T}$$

Das war die einzige etwas anspruchsvollere Frage.

▲

■ 7) Von einem Kraftvektor $\vec{F} = (F_x, F_y)$ kennt man den Betrag F und die vertikale Komponente F_y. Vgl. Skizze. Wie groß sind der Winkel α und die horizontale Komponente F_x?



F=6
$F_y = -2$

▼ $F_y = F \sin\alpha$. Also $\sin\alpha = \frac{F_y}{F}$ und $\alpha = asn(\frac{F_y}{F})$ Also

$$\alpha = asn(\frac{-1}{3}) = \arcsin(\frac{-1}{3}) = -0.34$$
$$F_x = 6\cos\alpha = 5.66 \qquad \text{oder} \qquad F_x = \sqrt{F^2 - F_x^2} = 5.66..$$