Allgemeine Regel und Beispiel

(Nutzung von Hierarchien beim Lernen)

(1) Eine (allgemeine) **Regel** ist auf viele (insbesondere auch nicht vorhersehbare) Fälle anwendbar. Ein **anschließendes Beispiel** soll dann die Regel verständlicher machen. Die Frage "Wozu dient das Beispiel?" muss beantwortet werden können! Zusätzlich kann das Beispiel selbst auch noch nützlich sein, einem wichtige Information liefern.

(2) Die umgekehrte Einschätzung, dass die allgemeine Regel für das Verständnis des anschließenden "praktischen" Beispieles da sei, ist falsch.

(3) Erfahrungen der vergangenen Kurse besagen, dass vielfach mit der zweiten Einstellung gelernt zu werden scheint. Fragen der Art "Wozu das Beispiel, was soll es verdeutlichen?" konnten nicht beantwortet werden! Wir werden daher im Kurs auf die Verdeutlichung dieser Rangordnung immer wieder Wert legen. Die Verstehensarbeit muss sich auf die Regel konzentrieren, weniger auf das anschließende Beispiel. Im Idealfall muss man nach dem Verstehen der Regel viele (wenn nicht alle) zugehörigen Beispiele beherrschen, selbst dann, wenn man noch keines behandelt hat.

(4) Zur Illustration ein **Beispiel** zum genaueren Verstehen des soeben Gesagten, des beschiebenen allgemeinen Sachverhaltes:

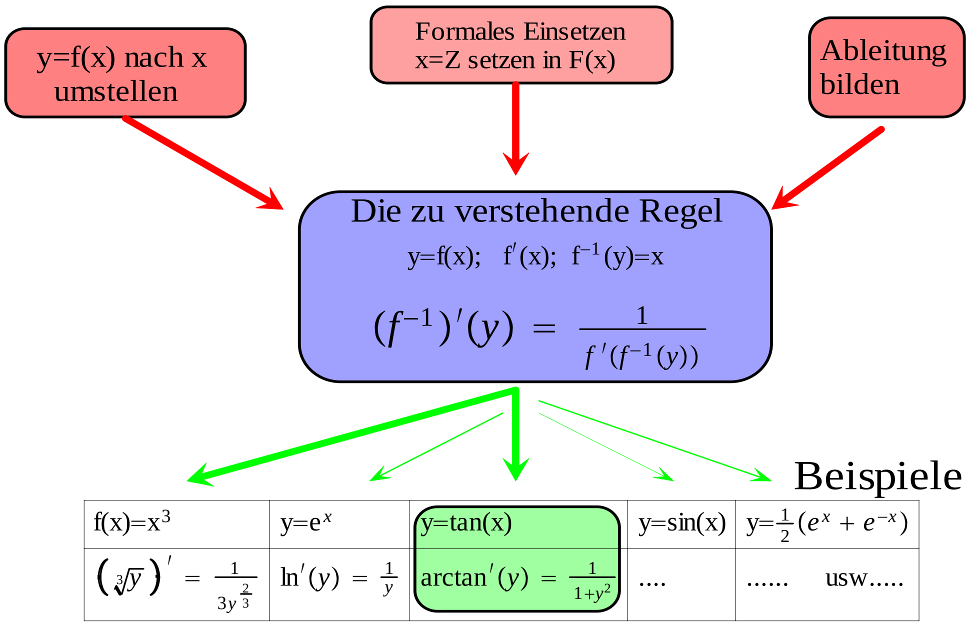
Die Ableitungsregel für eine inverse Funktion

Sei $y=f(x)$ gegeben mit Ableitung $f'(x)$ und inverser Funktion $f^{-1}(y)$. Das ist eine Auflösung der Gleichung $f(x)=y$ nach x. Bestimme die Ableitung der inversen Funktion, also $(f^{-1})'(y)$. Gesucht ist also eine Gleichung $(f^{-1})'(y) = .??$. Rechts soll ein Rechenausdruck stehen, der es erlaubt, die gesuchte Größe mit Hilfe der vorgegebenen Größen zu bestimmen. Man findet die allgemeine Antwort in Form folgender Formel

$$\boxed{(f^{-1})'(y)=\frac{1}{f'(f^{-1}(y))}}$$

Diese Regel ist auf **viele** Beispiele anwendbar! Etwa $f(x)=x^3$, $f(x)=\tan(x)$, $f(x)=e^x$, $f(x)=\sin(x)$ usw.usw. Aber ohne zusätzliche Verdeutlichung klappt die Anwendung dieser Regel meist nicht.

Denn u.a. ist das Verstehen dieser Regel ein Beispiel für korrektes formales Einsetzen von Rechenausdrücken in Termen! Rot drei allgemeine Leistungen, für die die Regel ein Beispiel darstellt und darunter dann einige Beispiele für die Regel.



(5) y=f(x)=tan(x) kann dann etwa als Beispiel zur Illustration der Regel verwendet werden. **Aber als Folge der Bearbeitung des Beispiels soll die allgemeine Regel besser verstanden werden**. Es dient erst in zweiter Linie der durchaus wichtigen Bestimmung der Ableitung des Arkustangens.

(6) Schlecht ist, wenn man eine solche Regel einführt, nach noch eventuellen Unklarheiten fragt und dann beim Rechnen von Beispielen gefragt wird: "Was soll ich denn nun machen?" Natürlich können immer noch einzelne Prpobleme auftreten, aber der Weg sollte klar sein und versucht werden.

---

(7) Das Beispiel verdeutlicht auch das Rollenkonzept und das Problem der Textinterpretation: Die Aufgabenstellung besagt: y=f(x) und y=$\mathrm{f}'(x)$ und x=$\mathrm{f}^{-1}(y)$ sind bekannt, sind vorgegeben. Mit ihrer Hilfe darf also die gesuchte rechte Seite aufgebaut werden. $(\mathrm{f}^{-1})'(\mathrm{y})$ dagegen ist wieder nur eine **Bezeichnung** für die gesuchte Größe.

> Und diese Bezeichnung entsteht erneut über die Anwendung einer allgemeinen Regel: Ist y=F(u) eine differenzierbare Funktion, dann ist $\mathrm{F}'(u)$ eine Bezeichnung für die (u.U. sonst noch unbekannte) Ableitung. Diese Regel wird auf die Funktion $\mathrm{f}^{-1}(y)$ angewendet. Um die Zusammengehörigkeit, die Reihenfolge der Operationen zu verdeutlichen, wird eine Klammer gesetzt: $(\mathrm{f}^{-1})'(y)$ und nicht etwa $\mathrm{f}^{-1\prime}(y)$ geschrieben.