Fachbereich C
MATHEMATIK UND NATURWISSENSCHAFTEN
(PHYSIK)
Prof. Dr. Klaus Helbing
Prof. Dr. Robert Harlander

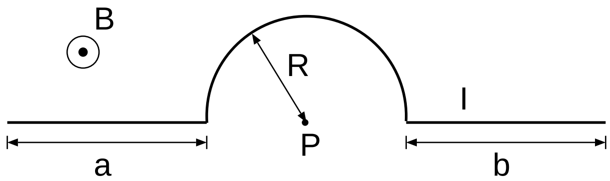
Übungsleiter:
Franziska Hofmann, F.10-09, 439-3516, fhofmann@physik.uni-wuppertal.de
Dr. Timo Karg, F.11-01, 439-3770, karg@physik.uni-wuppertal.de
Dr. Jens Vollinga, D.10-19, 439-2863, vollinga@physik.uni-wuppertal.de

Übungen zur Physik II (SS 2007) — Blatt 7

Die Hausaufgaben werden in der Übungsstunde am 05.06.2007 besprochen.

Präsenzaufgabe 1: Gebogener Draht

Betrachten Sie die folgende Anordnung:



Der abgebildete Draht befindet sich in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B}$, das senkrecht zur Papierebene aus dieser heraustritt. Durch den Draht fließe ein konstanter Strom der Stärke I.

a) Berechnen Sie die auf den Draht wirkende Kraft.

b) Bestimmen Sie das Magnetfeld im Punkt P.

Hausaufgabe 1: Vektorfelder (5P)

Gegeben sei ein homogenes Vektorfeld $\vec{B} = (0, 0, B_0)^T$.

a) Bestimmen Sie ein Vektorfeld $\vec{A}$, so dass gilt:

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}. \tag{1}$$

b) Das Vektorfeld $\vec{A}$ ist nicht eindeutig. Geben Sie zwei linear unabhängige Lösungen $\vec{A}_1$ und $\vec{A}_2$ an und zeigen Sie, dass Linearkombinationen $\vec{A} = \alpha_1 \vec{A}_1 + \alpha_2 \vec{A}_2$ ebenfalls die Gleichung 1 erfüllen.

c) Zeigen Sie, dass Gleichung 1 von Vektorfeldern $\vec{A}'$ erfüllt wird, die sich von $\vec{A}$ durch den Gradienten eines skalaren Feldes unterscheiden:

$$\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\Phi. \tag{2}$$

d) $\vec{A}''$ sei eine weitere Linearkombination von $\vec{A}_1$ und $\vec{A}_2$:

$$\vec{A}'' = \beta_1 \vec{A}_1 + \beta_2 \vec{A}_2. \tag{3}$$

Schreiben Sie die Differenz $\vec{A}'' - \vec{A}$ als Gradienten eines skalaren Feldes.

Hausaufgabe 2: Magnetisches Dipolmoment (5P)

Berechnen Sie das magnetische Dipolmoment

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \int d^3x' \; \vec{x}' \times \vec{j}(\vec{x}')$$

für folgende Beispiele:

a) Eine geschlossene kreisförmige Leiterschleife mit Radius R in der x-y-Ebene, die vom Strom I durchflossen wird. Es gilt in Zylinderkoordinaten: $\vec{j}(r, \phi, z) = \vec{e}_\phi \; I \; \delta(z) \; \delta(r - R)$.

b) Eine homogen geladene Kugelschale mit Radius R um den Ursprung, die mit der Kreisfrequenz ω um die z-Achse rotiert. Die Ladung sei Q, es gilt also $\rho(\vec{x}) = \rho(r, \theta, \phi) = \frac{Q}{4\pi R^2} \delta(r - R)$. Geben Sie zunächst die Stromdichte $\vec{j}(r, \theta, \phi)$ an.

Hausaufgabe 3: Rotierende geladene Kugelschale (5P)

Eine homogen geladene Kugelschale mit Radius R um den Ursprung rotiere mit der Kreisfrequenz ω um die z-Achse. Die Ladung sei Q.

a) Berechnen Sie das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{x})$ mittels des Gesetzes von Biot-Savart und daraus das magnetische Feld $\vec{B}(\vec{x})$.

Hinweis: verwenden Sie geeignete Koordinaten für die Integration. Die Wahl der Rotationsachse als Koordinatenachse ist nicht die beste Wahl.

b) Das magnetische Moment $\vec{m}$ ist in der Hausaufgabe 1 berechnet worden (zur Erinnerung: $\vec{m} = \frac{QR^2}{3} \vec{\omega}$). Bestimmen Sie das aus diesem erzeugte $\vec{B}$-Feld und vergleichen Sie dies mit dem Ergebnis aus Teil a).