Fachbereich C
MATHEMATIK UND NATURWISSENSCHAFTEN
(PHYSIK)
Prof. Dr. Klaus Helbing
Prof. Dr. Robert Harlander

Übungsleiter:
Franziska Hofmann, F.10-09, 439-3516, fhofmann@physik.uni-wuppertal.de
Dr. Timo Karg, F.11-01, 439-3770, karg@physik.uni-wuppertal.de
Dr. Jens Vollinga, D.10-19, 439-2863, vollinga@physik.uni-wuppertal.de

Übungen zur Physik II (SS 2007) — Blatt 4

Die Hausaufgaben werden in der Übungsstunde am 08.05.2007 besprochen.

Präsenzaufgabe 1: Darstellung von $\vec{\nabla}$ in Zylinderkoordinaten

Leiten Sie eine Darstellung von $\vec{\nabla}$ in Zylinderkoordinaten (Basis: $(\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$) her.

Präsenzaufgabe 2: Wegintegral

Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{F} = (\mathbb{R}^3, \vec{x} \mapsto (x, \frac{1}{2}z^2, yz), \mathbb{R}^3)$$

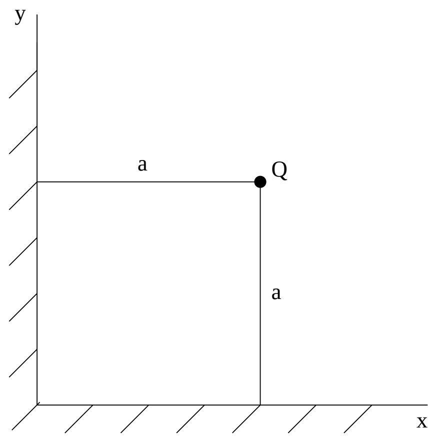
a) Man berechne $W = \int_{\vec{x}_a}^{\vec{x}_b} \vec{F}(\vec{x}) \cdot d\vec{x}$ entlang der Geraden, die $\vec{x}_a = 0$ und $\vec{x}_b = \vec{b}$ verbindet. $\vec{b}$ ist ein beliebig gewählter fester Vektor.
b) Zeigen Sie, dass $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$ ist und deshalb $\vec{F}(\vec{x})$ als Gradient eines Potentials, $\vec{F}(\vec{x}) = \vec{\nabla}\phi(\vec{x})$, geschrieben werden kann. Bestimmen Sie das Potential $\phi(\vec{x})$.

Hausaufgabe 1: Spiegelladungen (5 Punkte)

Gegeben sei eine Ladung Q zwischen zwei geerdeten Metallplatten, wie in der Abbildung rechts gezeigt. Die Metallplatten erstrecken sich in der xz- bzw. yz-Ebene jeweils ins Unendliche. Der Abstand der Ladung von den Platten beträgt a.
Bestimmen Sie die Spiegelladungen, so dass die Randbedingungen an das elektrostatische Potential $\phi(x{=}0) = 0$ und $\phi(y{=}0) = 0$ erfüllt sind.
Hinweis: Verteilen Sie zunächst die Spiegelladungen intuitiv nach Symmetrieüberlegungen. Überprüfen und beweisen Sie dann Ihren Ansatz, indem sie

$$\phi(\vec{r}) = \phi_Q(\vec{r}) + \sum_i \phi_{S,i}(\vec{r}) = 0$$

für $x = 0$ und $y = 0$ explizit zeigen ($\phi_{S,i}(r)$ ist das Potential der i-ten Spiegelladung).



Hausaufgabe 2: δ-Distribution (5 Punkte)

a) Zeigen Sie

$$\delta(f(x)) = \sum_i \frac{1}{\left|\frac{df}{dx}(x_i)\right|}\delta(x - x_i)\,,$$

wobei x_i die (einfachen) Nullstellen der Funktion $f(x)$ sind. Betrachten Sie dazu das Integral $\int \delta(f(x))g(x)$ für beliebige Testfunktionen $g(x)$.

b) Berechnen Sie

$$\int_1^2 dx \int_1^x dy\, \delta(xy - 2)\,(x + y)$$

und

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\, x^3\, \delta(x^2 - 3x + 2)\,.$$